

Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 7 kevät 2012

1. Äärellisen kunnan K ykkösalkion additiivista kertalukua sanotaan kunnan K karakteristikaksi ja sitä merkitään $\text{char}K$. Osoita, että $\text{char}K$ on alkuluku.
2. Olkoon K kunta. Osoita, että $K[x]$ on pääideaalirengas.
3. Osoita, että polynomi $f(x) = [1]x^4 + [1]x + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$ on jaoton.
4. Tutki polynomin $g(x) = [1]x^4 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$ jaollisuutta.
5. Osoita, että polynomi $p(x) = [1]x^2 + [1]x + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$ on jaoton. Laajenna kunta \mathbb{Z}_2 neljän alkion kunnaksi polynomin $p(x)$ avulla.