Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 8, kevät 2012

1. Osoita, että polynomi $f(x) = [1]x^2 + [1]$ on jaoton polynomirenkaassa $\mathbb{Z}_{83}[x]$.

2. Olkoon K kunta ja $\mathrm{char} K = p$. Osoita, että $(a+b)^p = a^p + b^p$ aina, kun $a, b \in K$.

3. Oletukset kuten tehtävässä 2. Osoita, että $(a+b)^{p^n} = a^{p^n} + b^{p^n}$.

4. Olkoon K kunta ja $f(x) \in K[x]$. Todista: Jos $a \in K$, niin $x - a$ jakaa polynomin $f(x) - f(a)$.

5. Osoita, että $p(x) = [1]x^3 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$ on jaoton. Merkitse $\alpha = x + (p(x))$ ja konstruoi laajennus $E = \mathbb{Z}_2[x]/(p(x))$. Onko α primitiivinen alkio kunnassa E?