

Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 9, kevät 2012

1. Osoita, että $p(x) = [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_3[x]$ on jaoton.
Merkitse $\alpha = x + (p(x))$ ja konstruoi kuntalaaajennus $E = \mathbb{Z}_3[x]/(p(x))$.
2. Jatkoa tehtävään 1:
Totea, että α ei ole primitiivinen alkio kunnassa E . Määrää (jokin) primitiivinen alkio.
3. Osoita Eisensteinin kriteerin ja sopivan muunnoksen avulla, että $h(x) = x^3 + 3x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ on jaoton.
4. Olkoon p alkuluku. Osoita, että

$$f(x) = x^{p-1} + x^{p-2} + \cdots + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$$

on jaoton.

(Vihje: $f(x) = \frac{x^p - 1}{x - 1}$ ja sitten sopiva sijoitus.)