

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 12, viikot 14–15, kevät 2012
(Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat)

Muista mikroluokkaharjoitus 4/5 viikoilla 14 ja 15!

1. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 . Edellä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia parametreja. Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- Laske U :n, V :n ja Y :n odotusarvot. Mikä/mitkä em. estimaattoreista ovat harhattomia μ :n estimaattoreita.
- Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
- Satunnaisotoksen realisaatiossa saadaan luvut 5 ja 10. Määrää parametrin μ piste-estimaatti.

2. Tutkija on konstruoinut luottamusvälit 10 eri tuntemattomalle parametrille. Jokaisen välin luottamustaso on 0.95 ja välit perustuvat toisistaan riippumattomiin otoksiin.

- Mikä on todennäköisyys, että jokainen 10 välistä onnistuu peittämään parametrin arvon?
- Mikä on sellaisten välien odotettavissa oleva lukumäärä, jotka onnistuvat peittämään parametrin arvon?

3. Polttopuita tekevän halkomakoneen valmistamien halkojen pituus ($= X$, cm) noudattaa $N(\mu, 2^2)$ -jakaumaa. Urakoitsija säätää halkomakoneella tehtävien halkojen keskipituuden ja aloittaa urakoinnin. Valmiiden halkojen joukosta valitaan satunnaisesti 25 halkoa, joiden keskipituudeksi saatiin 29.1 cm.

- Määrää kyseisillä säädöillä valmistettavien halkojen keskipituuden ($= \mu$) piste-estimaatti.
- Määrää parametrille μ 95%:n luottamusväli ja tulkitse tulos.
- Kuinka suuri tulisi otoskoon olla, jotta parametrin μ 99%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan 0.1 cm?

4. Muuttujan x tiedetään noudattavan populaatiossa normaalijakaumaa $N(\mu, 17^2)$. n :n suuruisessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta x :n keskiarvoksi ($= \bar{x}$) saatiin 123.

- Määrää μ :lle ($=$ populaation keskiarvo) 90%:n luottamusväli, jos otoskoko n on
a1) 9, a2) 36, a3) 100.

- b) Miten otoskoon kasvaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja tuloksia.
- c) Miten luottamustason ($= 1 - \alpha$) kasvattaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Määrää esim. μ :n 95%:n luottamusväli, kun $n = 9$ ja vertaa saatua väliä a1)-kohdassa saatuun.

5. Tutkittaessa poronlihan cesium-137 -pitoisuutta eräällä poronhoitoalueella kymmenestä satunnaisesti valitusta porosta mitatut pitoisuudet olivat (yksikkönä becquerelia kilossa, Bq/kg):

209 215 200 212 206 173 219 191 207 194

Oletetaan, että poronlihan cesium-137-pitoisuus noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.

- a) Määrää μ :lle ja σ^2 :lle piste-estimaatit.
- b) Määrää μ :lle 99 %:n luottamusväli. Tulkitse tulos.
- c) Määrää σ^2 :lle 98 %:n luottamusväli ja tulkitse se.

Viranomaisten antaman tiedon mukaan poronlihan cesium-137-pitoisuus ko. alueella on keskimäärin 180 Bq/kg. Kommentoi tätä tietoa b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

6. Tarkastellaan vasenkätisten suhteellista osuutta eräässä perusjoukossa.

- a) 1500:sta satunnaisesti valitusta henkilöstä 90 ilmoitti olevansa vasenkätisiä. Tee tarvittavat oletukset ja määrää vasenkätisten suhteelliselle osuudelle perusjoukossa ($= \pi$) 95 %:n luottamusväli.
- b) Vasenkätisiä tiedetään olevan ko. perusjoukossa korkeintaan 10 prosenttia. Kuinka suuri otos perusjoukosta pitäisi ottaa, jos haluttaisiin, että π :n 99 %:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan kolme prosenttiyksikköä?

7. Jarkko vastaa tentissä viiteen väittämään (vastausvaihtoehtoina tosi ja epätosi). Valitaan otossuureksi oikeiden vastausten lukumäärä Jarkon viidessä vastauksessa ($= X$).

- a) Mitä jakaumaa otossuure X noudattaa, jos oletetaan, että Jarkko vastaa väitteisiin arvaamalla?
- b) Laske a)-kohdan oletustilanteessa $P(X < 1)$.
- c) Jarkon vastauksista on neljä oikein ja yksi väärin. Merkitsevyydestin avulla halutaan ottaa kantaa siihen, vastasiko Jarkko väitteisiin arvaamalla. Nollahypoteesina testauksessa on se, että Jarkko arvasi vastaukset. Vastahypoteesi puolestaan väittää, että Jarkon vastaukset perustuivat tietoon. Määrää ko. merkitsevyydestin p-arvo.

KÄÄNNÄ =====>

Vastauksia tehtäviin:

1. a) kaikkien odotusarvo on μ eli ovat harhattomia b) $\frac{1}{2}\sigma^2$, $\frac{5}{8}\sigma^2$, $\frac{5}{9}\sigma^2$ c) 7.5
2. a) 0.5987 b) 9.5
3. a) 29.1 b) (28.32,29.88) c) 10651
4. a1) (113.71,132.29) a2) (118.35,127.65) a3) (120.21,125.79) c) (111.89,134.11)
5. a) 202.6 186.04 b) (188.6,216.6) c) (77.27,801.13)
6. a) (0.048,0.072) b) 2663
7. c) 0.1875

Mikroloukkaharjoituksen 4/5 aikataulut viikoilla 14–15:

MA 2.4. KLO 12.15–13.45 (M302)

MA 2.4. KLO 14.30–16.00 (M302)

TI 3.4. KLO 8.30–10.00 (M302) (ryhmä suunnattu biologeille)

TI 3.4. KLO 10.15–11.45 (M302) (ryhmä suunnattu biologeille)

TI 3.4. KLO 14.30–16.00 (M302)

KE 4.4. KLO 10.00–11.30 (M302)

KE 4.4. KLO 12.15–13.45 (M302)

TO 12.4. KLO 8.30–10.00 (M302) (ryhmä suunnattu biologeille)

TO 12.4. KLO 10.15–11.45 (M304)

TO 12.4. KLO 14.30–16.00 (M304)