

Kuulustelija \_\_\_\_\_

Opiskelija \_\_\_\_\_

Tentittävä opintojakso \_\_\_\_\_

Opiskelijanro tai henkilötunnus \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Koulutusohjelma/aloitusvuosi \_\_\_\_\_

Tentin arvostelu

1	2	3	4	5	6	Σ

Opintojakson tyyppi P A S

1. A)  $P(40-49\text{-vuotias} | \text{nainen}) = \frac{20}{75} \approx 0.2667 \Rightarrow \underline{a2}$

B)  $P(\text{vähintään } 50\text{-vuotias} \cup \text{nainen})$   
 $= P(\text{vähintään } 50\text{-vuotias}) + P(\text{nainen}) - P(\text{väh. } 50\text{-v.} \cap \text{nainen})$   
 $= \frac{62+30}{75} + \frac{75}{175} - \frac{30-15}{175} = \frac{122}{175} \approx 0.6971 \Rightarrow \underline{b4}$

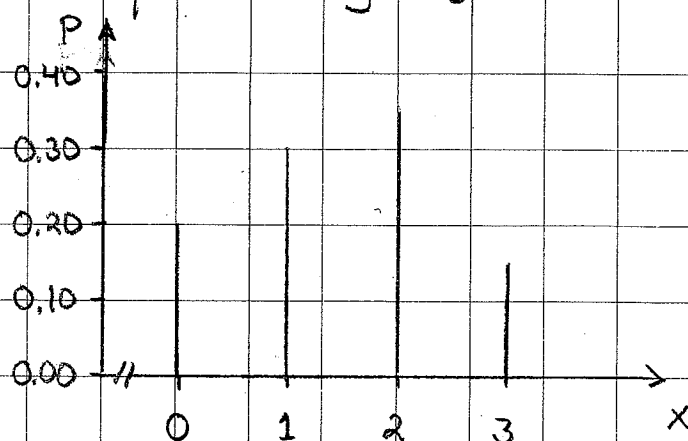
C)  $P(X < 30) = F(30) = \frac{30-0}{50-0} = \frac{30}{50} = 0.6000 \Rightarrow \underline{c6}$

D)  $P(X \geq 25) = 1 - P(X < 25)$   
 $= 1 - F(25)$   
 $= 1 - (1 - e^{-0.1 \cdot 25})$   
 $= e^{-2.5} \approx 0.0821 \Rightarrow \underline{d3}$

E)  $np = 100 \cdot 0.4 = 40 > 5$  ja  $n(1-p) = 100 \cdot (1-0.4) = 60 > 5$   
 $\Rightarrow \text{Bin}(n, p)$  voidaan approksimoida  $N(np, np(1-p))$   
 -jakaumalla  
 $\Rightarrow \text{Bin}(100, 0.4) \approx N(100 \cdot 0.4, 100 \cdot 0.4 \cdot (1-0.4))$   
 $= N(40, 24) \Rightarrow \underline{e3}$

F)  $X \sim \text{Poi}(5) \Rightarrow \mu = E(X) = 5$  ja  $\sigma^2 = D^2(X) = 5$   
 $\Rightarrow \bar{X} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} X_i \sim N(5, \frac{5}{100}) = N(5, 0.05)$   
 $\Rightarrow \underline{f2}$

2. a) X:n ti-jakauma graafisesti:



X:n kertymäfunktio:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ kun } x < 0 \\ 0.20 & , \text{ kun } 0 \leq x < 1 \\ 0.50 & , \text{ kun } 1 \leq x < 2 \\ 0.85 & , \text{ kun } 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \text{ kun } x \geq 3 \end{cases}$$

b) Merk. A = "Virtasen myymien autojen ikm 1. valitulla viikolla"  
B = " -" -" -" -" -" 2. -" -" -"

$$\begin{aligned} P(A+B \leq 1) &= P((A=0 \cap B=0) \text{ tai } (A=1 \cap B=0) \text{ tai } (A=0 \cap B=1)) \\ &= P(A=0) \cdot P(B=0) + P(A=1) \cdot P(B=0) + P(A=0) \cdot P(B=1) \\ &= 0.20 \cdot 0.20 + 0.30 \cdot 0.20 + 0.20 \cdot 0.30 \\ &= \underline{\underline{0.16}} \end{aligned}$$

c)  $Y = 400 + 200X$

c1) Y:n mahdolliset arvot:

$$X=0: y = 400 + 200 \cdot 0 = 400$$

$$X=1: y = 400 + 200 \cdot 1 = 600$$

$$X=2: y = 400 + 200 \cdot 2 = 800$$

$$X=3: y = 400 + 200 \cdot 3 = 1000$$

⇒ Y:n tn-jakauma on

$y_i$	400	600	800	1000	Yht
$p_i$	0,20	0,30	0,35	0,15	1

$$\begin{aligned} \text{c2) } E(Y) &= \sum_{i=1}^4 y_i p_i = 400 \cdot 0,20 + 600 \cdot 0,30 + 800 \cdot 0,35 + 1000 \cdot 0,15 \\ &= \underline{\underline{690 \text{ €}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^2(Y) &= \sum_{i=1}^4 y_i^2 p_i - \mu^2 \\ &= (400^2 \cdot 0,20 + 600^2 \cdot 0,30 + 800^2 \cdot 0,35 + 1000^2 \cdot 0,15) - 690^2 \\ &= 37900 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D(Y) = \sqrt{37900} \approx \underline{\underline{194,68 \text{ €}}}$$

3.  $X \sim N(60, 5^2)$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X \leq 57) &= P\left(\frac{X-60}{5} \leq \frac{57-60}{5}\right) \stackrel{= Z \sim N(0,1)}{=} P(Z \leq -0,60) \\ &= P(Z \geq 0,60) \\ &= \underline{\underline{0,2743}} \end{aligned}$$

$$b) \text{ b1) } \bar{X} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 X_i \sim N(60, 5^2/9) = N(60, \sqrt{2.778}^2)$$

$$P(60 \leq \bar{X} \leq 62) = P\left(\frac{60-60}{\sqrt{2.778}} \leq \frac{\bar{X}-60}{\sqrt{2.778}} \leq \frac{62-60}{\sqrt{2.778}}\right)$$

$= Z \sim N(0,1)$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.20)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(Z > 1.20)$$

$$= 0.5000 - 0.1151$$

$$= \underline{\underline{0.3849}}$$

$$b2) P(X > 57) = 1 - P(X \leq 57)$$
$$= 1 - 0.2743 = 0.7257$$

Merk.  $Y$  = yli 57 pistettä saaneiden ihm. yhdeksän henkilön joukossa

$$Y \sim \text{Bin}(9, 0.7257)$$

$$P(Y \geq 8) = P(Y=8) + P(Y=9)$$

$$= \binom{9}{8} \cdot 0.7257^8 \cdot (1-0.7257)^{9-8} + \binom{9}{9} \cdot 0.7257^9 \cdot (1-0.7257)^{9-9}$$

$$\approx 0.1899 + 0.0558$$

$$= \underline{\underline{0.2457}}$$

Kuulustelija \_\_\_\_\_

Opiskelija \_\_\_\_\_

Tentittävä opintojakso \_\_\_\_\_

Opiskelijanro tai henkilötunnus \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Koulutusohjelma/aloitusvuosi \_\_\_\_\_

Tentin arvostelu

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

Opintojakson tyyppi P A S

4. a)  $X \sim N(\mu, 485^2)$

$$\bar{X} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 X_i = 3675 \text{ (g)}$$

$$100(1-\alpha) = 95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \text{ ja } \alpha/2 = 0.025$$

$$\left( \bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad \left| \begin{array}{l} P(Z \geq 1.96) = 0.025 \\ \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left( 3675 - 1.96 \cdot \frac{485}{\sqrt{8}}, 3675 + 1.96 \cdot \frac{485}{\sqrt{8}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{(3339, 4011)}}$$

Tulkinta: tuntematon parametri  $\mu$  eli syntymäpainon odotusarvo on 95 % varmuudella välillä (3339, 4011)

b) b1) Tulostuksessa on 95 %:n v.  $\pi_1 - \pi_2$ :lle, ja lvin alaraja on

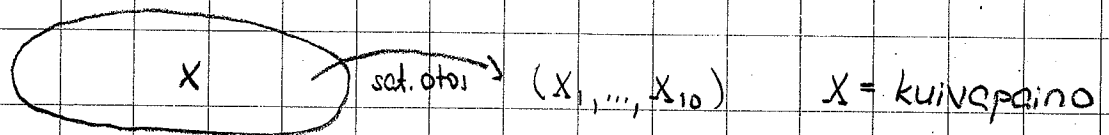
$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{m}} \quad \left| \begin{array}{l} P(Z \geq 1.96) = 0.025 \\ \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow (0.178 - 0.150) - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.178(1-0.178)}{504} + \frac{0.150(1-0.150)}{173}}$$

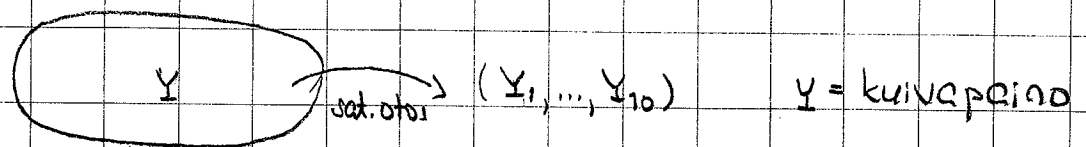
$$\approx \underline{\underline{-0.034}}$$

b2) HPV16-positiivisten osuus näyttäisi olevan yhtä suuri vuonna 1963 ja vuosina 1982-1984 -syntyneillä naisilla, koska nolla kuuluu havaintoaineiston perusteella  $\pi_1 - \pi_2$ :lle lasketun luottamusvälin sisään. Lisäksi p-arvon (0.3946) perusteella havaintoaineisto näyttäisi olevan sopuisimmassa  $H_0$ :n (= ei eroa vertailtavien populaatioiden välillä) kanssa.

5) 1) populaatio 1: sienikasvustollisella alustalla kasvavat raihuohot



populaatio 2: sienikasvustottomalla alustalla kasvavat raihuohot



Oletukset:  $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$

$Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$

2) Hypoteesit:  $\begin{cases} H_0: \mu_x = \mu_y \\ H_1: \mu_x \neq \mu_y \end{cases}$

3) Testisuure:  $T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S \sqrt{1/n + 1/m}} \sim t(n+m-2)$ , kun  $H_0$  on tos

$$4) \bar{X} = 169, s_x = 21.5, \bar{Y} = 198, s_y = 15.9, n = 10 \text{ ja } m = 10$$

$$S = \sqrt{\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2}} = \sqrt{\frac{(10-1) \cdot 21.5^2 + (10-1) \cdot 15.9^2}{10+10-2}} \approx 18.91$$

$$T = \frac{169 - 198}{18.91 \cdot \sqrt{1/10 + 1/10}} \approx -3.429$$

$$5) p\text{-arvo} = P(T \leq -3.429 \text{ tai } T \geq 3.429 | H_0) \\ = 2 P(T \geq 3.429 | H_0)$$

$t(n+m-2) = t(10+10-2) = t(18)$  - jakauman taulukko:

$$2 \cdot 0,001 < p\text{-arvo} < 0,005 \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 0,002 < p\text{-arvo} < 0,01$$

6) Aineisto näyttäisi olevan ristiriidassa  $H_0$ :n kanssa eli sienikasvustolla näyttäisi olevan vaikutusta rairuohon kuivapainoon.