

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 2, kevät 2013

1. Osoita, että $|z_1 - z_2| = |1 - \bar{z}_1 z_2|$, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ja $|z_1| = 1$ tai $|z_2| = 1$.
2. Määrää luvun $z \in \mathbb{C}$ napakoordinaatit, kun
 - a) $z = -3i$,
 - b) $z = \sqrt{3} - i$,
 - c) $z = 2 - i\sqrt{12}$.
3. Merkitään $z(r, \Theta) = r(\cos \Theta + i \sin \Theta)$. Osoita, että $z(r, \Theta + \pi) = -z$ ja $z(r, -\Theta) = \bar{z}$.
4. Laske $(1 - i\sqrt{3})^{15}$ ja $(-1 + i)^{15}$ ja $\frac{(1 + i)^5}{(1 - i\sqrt{3})^7}$.
5. Olkoon $z \in \mathbb{C}, |z| = 1, z \neq -1$. Osoita, että z voidaan esittää muodossa $z = \frac{1 + it}{1 - it}$ jollain $t \in \mathbb{R}$.