

## KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 5, kevät 2013

1. Määrää funktion  $f(z) = \frac{1}{z(z+1)(z+2)}$  Laurent-kehitemmä alueissa

- a)  $0 < |z| < 1$ ,      b)  $1 < |z| < 2$ ,      c)  $|z| > 2$ .

2. Määrää seuraavien funktioiden erikoispisteet ja niihin liittyvät residyt, kun

a)  $f(z) = \frac{2z+1}{z^2-z-2}$ ,    b)  $f(z) = \frac{z^2+4}{z^3+2z^2+2z}$ ,    c)  $f(z) = \frac{z}{1-\cos z}$ .

3. Laske integraali  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+a)(x^2+b)}$ , kun  $a$  ja  $b \in \mathbb{R}$  ja  $a, b > 0$  ja  $a \neq b$ .

4. Laske integraali  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^4+1} dx$ .

5. Laske integraali  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin bx}{x^2+a^2} dx$ , kun  $a, b \in \mathbb{R}$  ja  $a, b > 0$ .

6. Laske integraali  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ .