MPTT2 , viikko 9

(18) $f(x,y) = 45x + 55y$ rajoitteilla $\begin{cases} 6x + 4y \le 120 \\ 3x + 10y \le 180 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$

Muodostetaan ratkaisumonikulmio.

Reuna $6x + 4y = 120$
$x = 0 \Rightarrow y = 30$
$y = 0 \Rightarrow x = 20$

Reuna $3x + 10y = 180$
$x = 0 \Rightarrow y = 18$
$y = 0 \Rightarrow x = 60$

Reunojen leikkauspiste

$$\begin{cases} 6x + 4y = 120 \\ 3x + 10y = 180 \quad \| \cdot (-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow + \begin{cases} 6x + 4y = 120 \\ -6x - 20y = -360 \end{cases}$$

$$-16y = -240$$

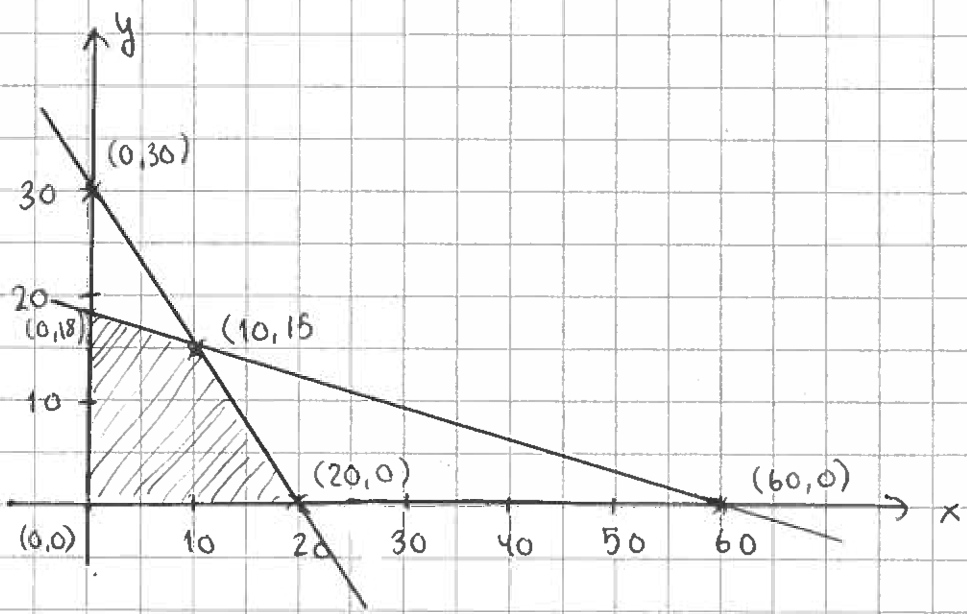
$$y = 15 \quad \Rightarrow \quad 6x = 120 - 4y$$

$$= 120 - 4 \cdot 15$$

$$= 60$$

$$\Rightarrow x = 10$$

Ratkaisumonikulmio:



KRP(x,y)	f(x,y) = 45x+55y	
(0,0)	$45\cdot 0 + 55\cdot 0 = 0$	abs. min
(0,18)	$45\cdot 0 + 55\cdot 18 = 990$	
(10,15)	$45\cdot 10 + 55\cdot 15 = 1275$	abs. max
(20,0)	$45\cdot 20 + 55\cdot 0 = 900$	

Absoluuttinen maksimi $f(10,15) = 1275$
Absoluuttinen minimi $f(0,0) = 0$

(19) funktio $f(x,y) = 45x + 55y$ rajoitteilla
$$6x + 4y \le 120$$
$$3x + 10y \le 180$$
$$x, y \ge 0$$

suljettu alue! (kantaratkaisu-menetelmä toimii)

Muutetaan rajoite-epäyhtälöt lisämuuttujien z_1, z_2 avulla yhtälöiksi.

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x + 4y + z_1 = 120 \\ 3x + 10y + z_2 = 180 \\ x, y, z_1, z_2 \ge 0 \end{cases}$$

Alkuperäisiä muuttujia $n=2$ $\Rightarrow$ asetetaan 2 muuttujaa nollaksi.

Kantaratkaisut (x, y, z_1, z_2)

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 120 \\ z_2 = 180 \end{cases} \qquad (0,0,120,180)$$

$$\begin{cases} x=0 \\ z_1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 120 \\ 10y + z_2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=30 \\ z_2=-120 \end{cases} \qquad (0,30,0,-120)$$

$$\begin{cases} x=0 \\ z_2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y + z_1 = 120 \\ 10y = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 48 \\ y = 18 \end{cases} \qquad (0,18,48,0)$$

$$\begin{cases} y=0 \\ z_1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x=120 \\ 3x+z_2=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=20 \\ z_2=120 \end{cases} \quad (20,0,0,120)$$

$$\begin{cases} y=0 \\ z_2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+z_1=120 \\ 3x=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=-240 \\ x=60 \end{cases} \quad (60,0,-240,0)$$

$$\begin{cases} z_1=0 \\ z_2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+4y=0 \\ 3x+10y=0 \end{cases} \overset{T18}{\Rightarrow} \begin{cases} x=10 \\ y=15 \end{cases} \quad (10,15,0,0)$$

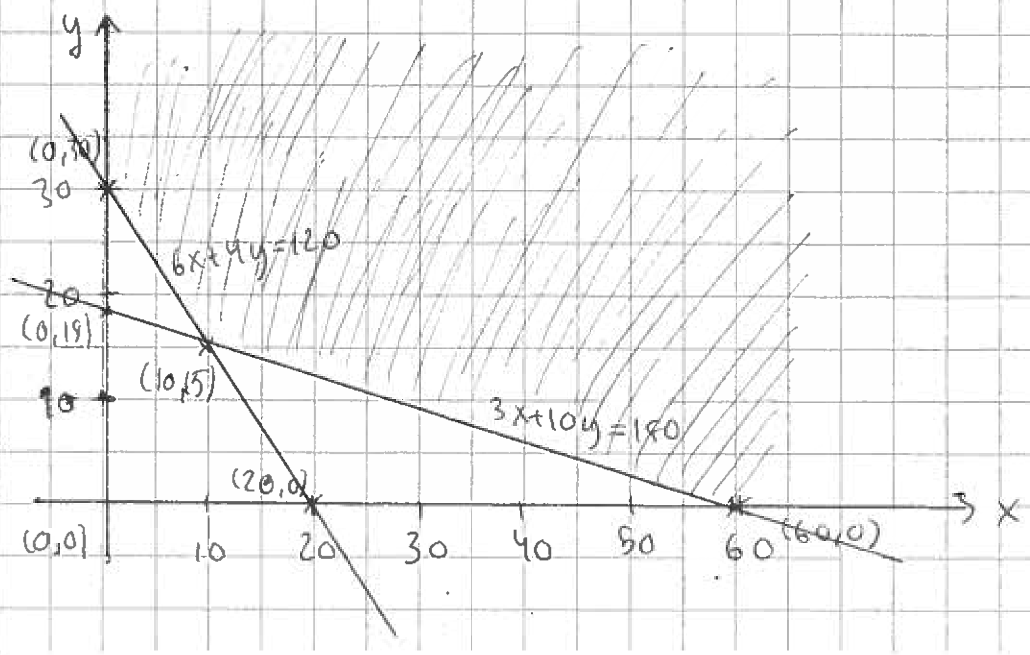
Otetaan huomioon positiivisuusehdot, niin saadaan hyväksytyt kantaratkaisut.

Hyväksytyt kantaratkaisut	$f(x,y)=45x+55y$	
$(0,0,120,180)$	$45\cdot 0+55\cdot 0=0$	pienin
$(0,18,48,0)$	$45\cdot 0+55\cdot 18=990$	
$(20,0,0,120)$	$45\cdot 20+55\cdot 0=900$	
$(10,15,0,0)$	$45\cdot 10+55\cdot 15=1275$	suurin

Absoluuttinen maksimi $f(10,15)=1275$
Absoluuttinen minimi $f(0,0)=0$

(20) $f(x,y)=45x+55y$ rajoitteilla $\begin{cases} 6x+4y \geq 120 \\ 3x+10y \geq 180 \\ x,y \geq 0 \end{cases}$

Ratkaisumonikulmio: (kts. teht. 18)



$f_x = 45 > 0 \quad \Rightarrow f$ on kasvava muuttujan x suhteen
$f_y = 55 > 0 \quad \Rightarrow f$ on kasvava muuttujan y suhteen

KRP (x,y)	$f(x,y) = 45x + 55y$	
$(0,30)$	$45 \cdot 0 + 55 \cdot 30 = 1650$	
$(10,15)$	$45 \cdot 10 + 55 \cdot 15 = 1275$	abs min
$(60,0)$	$45 \cdot 60 + 55 \cdot 0 = 2700$	

Absoluuttinen minimi $f(10,15) = 1275$

$\lim\limits_{\substack{x \to \infty \\ y=1}} (45x + 55y) = \infty$ ei abs max.

Kantaratkaisumenetelmällä:

$$\begin{cases} 6x + 4y - z_1 = 120 \\ 3x + 10y - z_2 = 180 \end{cases}$$

(x_1, x_2, z_1, z_2)
$(0, 0, -120, -180)$
$(0, 30, 0, 120)$
$(0, 18, -48, 0)$
$(20, 0, 0, -120)$
$(60, 0, 240, 0)$
$(10, 15, 0, 0)$

Hyväksytyt kantaratkaisut
$(0, 30, 0, 120)$
$(60, 0, 240, 0)$
$(10, 15, 0, 0)$

$f(0,30) = 45 \cdot 0 + 55 \cdot 30 = 1650$
$f(60,0) = 45 \cdot 60 + 55 \cdot 0 = 2700$
$f(10,15) = 45 \cdot 10 + 55 \cdot 15 = 1275$ abs. minimi

Koska f on kasvava muuttujien x ja y suhteen ja $\lim\limits_{\substack{x \to \infty \\ y=1}} (45x + 55y = \infty$,

absoluuttinen minimi on $f(10,15) = 1275$ ja absoluuttista maksimia ei ole