

# Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

## Harjoitus 2, kevät 2013

1. Esitä seuraavat permutaatiot erillisten syklien tulona:

$$\text{a) } \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 9 & 6 & 5 & 7 & 2 & 8 & 1 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 6 & 9 & 4 & 7 & 5 & 8 & 10 & 1 & 3 & 2 & 12 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Esitä  $w = (124)(267)(137) \in S_7$  erillisten syklien tulona.

3. Olkoot  $\alpha$  ja  $\beta$  erillisiä syklejä sekä  $|\alpha| = k$  ja  $|\beta| = d$ . Osoita, että  $|\alpha\beta| = \text{pyj}(k, d)$ .

4. Määrää tehtävän 1 permutaatioiden  $\alpha$  ja  $\beta$  kertaluvut.

5. Onko olemassa sellaista permutaatiota  $\alpha$ , että

$$\alpha^{-1}(124576)\alpha = (24167)?$$

6. Millainen on kertaluvultaan suurin ryhmän  $S_{10}$  alkio?

7. Onko olemassa sellaista ryhmän  $S_{47}$  alkioita, jonka kertaluku on 51480?  
(Vihje:  $51480 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$ .)