

## Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 9, kevät 2013

1. Osoita, että  $p(x) = [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_3[x]$  on jaoton.  
Merkitse  $\alpha = x + (p(x))$  ja konstruoi kuntalaaajennus  $E = \mathbb{Z}_3[x]/(p(x))$ .
2. Jatkoa tehtävään 1:  
Totea, että  $\alpha$  ei ole primitiivinen alkio kunnassa  $E$ . Määrää (jokin) primitiivinen alkio.
3. Osoita Eisensteinin kriteerin ja sopivan muunnoksen avulla, että  $h(x) = x^3 + 3x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$  on jaoton.
4. Olkoon  $p$  alkuluku. Osoita, että

$$f(x) = x^{p-1} + x^{p-2} + \cdots + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$$

on jaoton.

(Vihje:  $f(x) = \frac{x^p - 1}{x - 1}$  ja sitten sopiva sijoitus.)