

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 9, viikko 11, kevät 2013
(Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat)

1. Jatkoa harjoituksen 8 tehtävään 7: Pizzeria myy neljää eri kokoa olevia pizzoja. Pizzerian omistaja arvioi pitkän ajan seurannan perusteella pizzan koon ($=X$, cm) todennäköisyysjakauman seuraavanlaiseksi:

| | | | | | |
|-------|------|------|------|------|----------|
| x_i | 30 | 35 | 40 | 45 | Yhteensä |
| p_i | 0.20 | 0.25 | 0.50 | 0.05 | 1 |

Pizzan hinta ($=Y$, euroa) riippuu pizzan koosta seuraavasti: $Y = 0.15X + 2$.

- Määrää pizzan hinnan odotusarvo ja varianssi.
- Laske satunnaismuuttujan Y kertymäfunktion arvo pisteessä 8 eli $F_Y(8)$.

2. Satunnaismuuttuja $X \sim \text{Bern}(p)$.

- Määrää $E(X)$ ja $D^2(X)$, kun
 - $p = 0$,
 - $p = 0.2$,
 - $p = 0.5$,
 - $p = 1$.
- Esitä a)-kohdan todennäköisyysjakaumat graafisesti.
- Määrää $\text{Bern}(0.2)$ -jakauman (edellä kohta a2) kertymäfunktion ja esitä se graafisesti.

3. Symmetristä rahaa heitetään kolme kertaa. Olkoon $X =$ kruunujen lukumäärä kolmessa heitossa. Määrää X :n

- todennäköisyysjakauma, b) kertymäfunktion, c) $F(2)$.

4. Vuoden 2012 presidentinvaalin toisella kierroksella olivat vastakkain Pekka Haavisto ja Sauli Niinistö. Niinistö sai annetuista äänistä 62.6% ja Haavisto loput 37.4%, joten Niinistö tuli valituksi. Oletetaan, että vaalin toinen kierros olisi korvattu seitsemälle äänestäjälle tehdyllä mielipidetiedustelulla siten, että tämä seitsemän hengen otos olisi otettu kaikkien äänestäjien joukosta yksinkertaisella satunnaisotannalla palauttaen. Millä todennäköisyydellä mielipidekyselyn lopputuloksena Niinistö olisi valittu presidentiksi?

5. Erään välikokeen tehtävässä 1 oli kuusi kohtaa (A-F) ja jokaisessa kohdassa neljä vastausvaihtoehtoa, joista piti valita oikea vaihtoehto. Jokaisessa kohdassa oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen, väärästä vastauksesta menetti puoli pistettä, puuttuvasta vastauksesta sai nolla pistettä. Tehtävän yhteispistemäärä oli kuitenkin aina ≥ 0 .

- Opiskelija A tiesi vastauksen varmasti oikein kahteen kohtaan, neljään kohtaan hän vastasi arvaamalla. Mikä on todennäköisyys, että A sai tehtävästä
 - 6 pistettä,
 - 0 pistettä?

b) Opiskelija B ei muistanut tehtävän käsittelemistä asioista mitään, mutta luotti hyvään onneensa ja vastasi kaikkiin kohtiin arvaamalla. Mikä on todennäköisyys, että B sai tehtävästä

b1) 6 pistettä, b2) 0 pistettä?

6. Epäjatkuvan satunnaismuuttujan X mahdolliset arvot ovat 0, 1, 3, 5 ja 6. X :n kertymäfunktion arvo on aina joko 0, 0.10, 0.30, 0.45, 0.75 tai 1.

a) Määrä X :n todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti.

b) X :n jakaumasta poimitaan yksinkertaisella satunnaistotannalla palauttaen kahdeksan kappaleen satunnaistotos. Millä todennäköisyydellä saadussa otoksessa on vähintään kolme nelosta suurempaa lukua?

7. Yhdessä sihteerin kirjoittamassa a4-paperissa on keskimäärin kaksi kirjoitusvirhettä.

a) Millä todennäköisyydellä yhdessä sihteerin kirjoittamassa a4:ssä on korkeintaan yksi virhe?

b) Sihteerin kirjoittaa tekstiä kolme a4:sta. Millä todennäköisyydellä näiltä sivuilta löytyy yhteensä täsmälleen neljä kirjoitusvirhettä?

8. Eräessä kasvinviljelykokeessa aarin (100 neliömetrin) koeala jaettiin yhden neliömetrin koeruutuihin. Kokeessa huomattiin mm. se, että yhteen koeruutuun kasvavien rikkakasvien lukumäärää ($=X$) voitiin mallittaa $\text{Poi}(10)$ -jakauman avulla (ts. $X \sim \text{Poi}(10)$).

a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitussa koeruudussa kasvaa täsmälleen 8 rikkakasvia?

b) Kuinka monta rikkakasvia keskimäärin kasvaa satunnaisesti valittujen 30 koeruudun alalla?

Vastauksia tehtäviin:

1. a) 7.55 ja 0.4163 b) 0.95

2. a1) 0 ja 0 a2) 0.2 ja 0.16 a3) 0.5 ja 0.25 a4) 1 ja 0

3. c) 0.875

4. 0.7587

5. a1) 0.0039 a2) 0.3164 b1) 0.00024 b2) 0.8306

6. b) 0.9116

7. 0.4060 b) 0.1339

8. a) 0.1126 b) 300