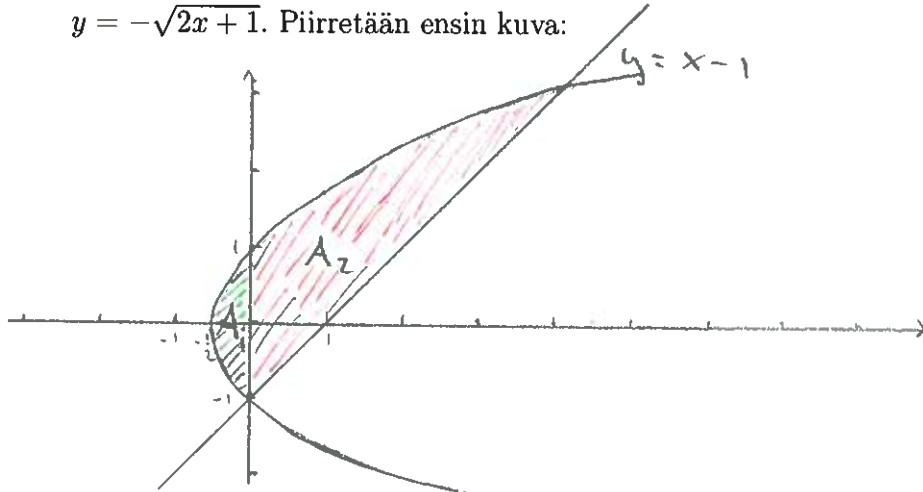


33. a) Huomaa, että käyrä $y^2 = 2x + 1$ koostuu käyristä $y = \sqrt{2x + 1}$ ja $y = -\sqrt{2x + 1}$. Piirretään ensin kuva:



Kuvaajasta nähdään, että käyrän $y^2 = 2x + 1$ ja suoran $y = x - 1$ rajoittaman alueen pinta-ala A saadaan laskettua alueiden A_1 ja A_2 pinta-alojen summana. Lasketaan ensin tarvittavat leikkauspisteet:

$$\begin{cases} y = \sqrt{2x + 1} \\ y = -\sqrt{2x + 1} \end{cases} \Rightarrow 2\sqrt{2x + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{Leikkauspiste } \left(-\frac{1}{2}, 0\right),$$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -\sqrt{2x + 1} \end{cases} \Rightarrow -\sqrt{2x + 1} = x - 1, \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ tai } x = 4$$

$$\stackrel{-\frac{1}{2} \leq x \leq 1}{\Rightarrow} x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \text{Leikkauspiste } (0, -1),$$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \sqrt{2x + 1} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2x + 1} = x - 1, \quad x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ tai } x = 4$$

$$\stackrel{x \geq 1}{\Rightarrow} x = 4 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \text{Leikkauspiste } (4, 3).$$