

## DISKREETTI MATEMATIIKKA

Harjoitus 1, syksy 2005

1. Olkoon perusjoukkona  $X = \{1, \dots, 10\}$  ja olkoon  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$  ja  $D = \{2, 4, 6, 8\}$ . Määrä

- a)  $(A \cup B) \cap C$ ,      b)  $A \cup (B \cap C)$ ,      c)  $C^c \cap D^c$ ,  
d)  $(C \cup D)^c$ ,      e)  $(A \cup B) \setminus C$ ,      f)  $A \cup (B \setminus C)$ ,  
g)  $(B \setminus C) \setminus D$ ,      h)  $B \setminus (C \setminus D)$ ,      i)  $(C \cup D) \setminus (A \cup B)$ .

2. Olkoot  $A$  ja  $B$  joukkoja. Osoita seuraavat väitteet oikeiksi tai vääriksi.

- a)  $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ ,      b)  $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$ ,  
c)  $\mathcal{P}(A \setminus B) = \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$ ,      d)  $\mathcal{P}(A^c) = \mathcal{P}(A)^c$ .

3. Olkoot  $A$ ,  $B$  ja  $C$  joukkoja. Osoita, että

- a)  $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$ ,  
b)  $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$  jos ja vain jos  $C \subseteq A$ .

4. Osoita Lauseen 7 implikaatiot  $3^\circ \implies 4^\circ$  ja  $4^\circ \implies 1^\circ$ , ts. että

$$A \cup B = B \implies A \setminus B = \emptyset \implies A \subseteq B.$$

5. Osoita, ettei  $A \cup (B \times C) = (A \cup B) \times (A \cup C)$  päde yleisesti. Voiko yhtälö olla milloinkaan voimassa?

6. Olkoon  $X$  perusjoukko ja olkoot  $A, B, C, D \subseteq X$ . Osoita oikeaksi tai vääräksi:

- a)  $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$ .  
b)  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$ .  
c)  $(A \times B)^c = A^c \times B^c$  (Vasemmalla puolella perusjoukkona on  $X \times X$ .)