

DISKREETTI MATEMATIIKKA

Harjoitus 4, syksy 2005

1. Ympyrän, halkaisija 4 cm, sisältä valitaan 61 pistettä. Osoita, että näistä löytyy kaksi, joiden etäisyys on korkeintaan $\frac{1}{\sqrt{2}}$ cm.
2. Valitaan joukosta $\{1, 2, \dots, 2n\}$ $n + 1$ lukua. Osoita, että näistä löytyy sellaiset a ja b , että $a \mid b$.
3. Kuinka monella tavalla 5 poikaa ja 4 tyttöä voi asettua riviin a) ilman rajoituksia, b) niin, että pojat ovat vierekkäin, samoin tytöt, c) niin, että tytöt ovat vierekkäin ja pojat muuten vapaasti valittavilla paikoilla?
4. Kuinka moneen eri järjestykseen sanan UNILELU kirjaimet voidaan asettaa? Kuinka monessa järjestyksessä kirjaimet N ja I ovat vierekkäin? Entä E ja U? Entä E ja A?
5. Kuinka monella tavalla 6 ihmistä voi asettua istumaan pyöreän pöydän ympärille, kun kiinnitetään huomiota vain istujien järjestykseen (ei siis siihen, kuka istuu jollain tietyllä tuolilla)? Jos istujat ovat 3 avioparia, kuinka monessa järjestyksessä miehet ja naiset istuvat vuoropaikoilla?
6. Yhdistyksessä on 12 jäsentä. Kuinka monella tavalla sille voidaan valita a) 3-henkinen hallitus, b) puheenjohtaja, varapuheenjohtaja ja sihteeri?
7. Pokerissa pelaajalle jaetaan 5 kortin käsi. Kuinka monta kättä on olemassa, kun pakassa on normaalin 52 kortin lisäksi kaksi samanlaista jokeria? Jos jokereita ei ole mukana, miten moni käsistä on väri (5 samaa maata), entä täyskäsi (kolme samanarvoista ja kaksi muuta samanarvoista)?