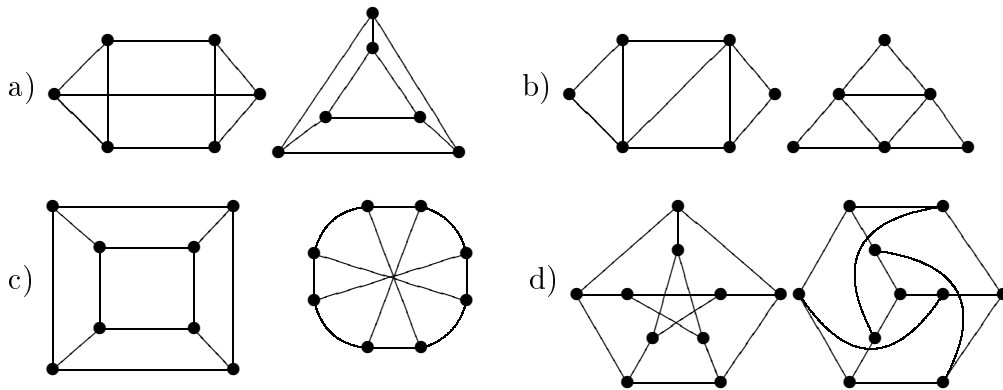


DISKREETTI MATEMATIIKKA

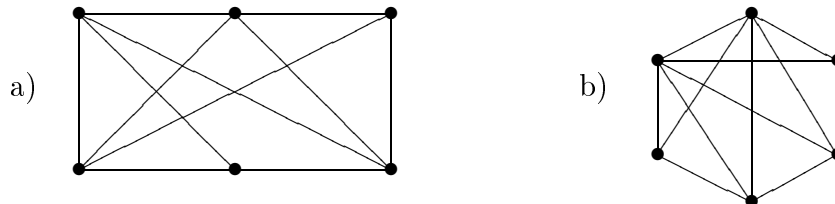
Harjoitus 6, syksy 2005

Tehtävissä 1, 2 ja 5 voit nimetä solmut miten haluat, esimerkiksi toiseen 1, 2, ... ja toiseen a, b, \dots

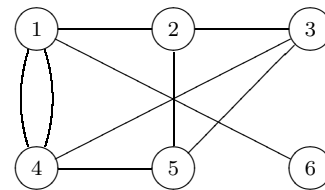
1. Ovatko seuraavat verkot isomorfiset?



2. Määrää verkko, joka on isomorfinen annetun verkon kanssa ja jonka välit (eli välejä edustavat viivat kuviossa) eivät leikkaa toisiaan.



3. Määrää viereiseen verkkoon solmujoukon
 a) $\{1, 2, 4, 5\}$ b) $\{2, 3, 5, 6\}$ c) $\{2, 3, 4, 5\}$
 virittämä aliverkko.

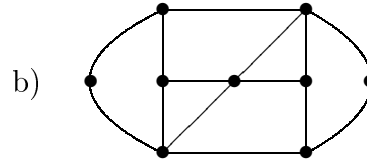
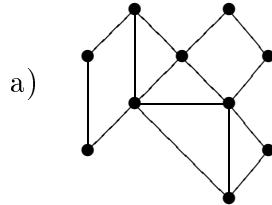


4. Olkoot yksinkertaisen verkon G seuraajaluettelot sen solmuille a, \dots, j seuraavat:

$$\begin{aligned} a: \{f, i, j\}, & \quad b: \{c, g\}, & \quad c: \{b, e, g\}, & \quad d: \{h\}, & \quad e: \{c, g\}, \\ f: \{a, i, j\}, & \quad g: \{b, c, e\}, & \quad h: \{d\}, & \quad i: \{a, f\}, & \quad j: \{a, f\}. \end{aligned}$$

Esitä G graafisesti ja määrää sen yhtenäiset komponentit. Komponentit ovat verkon G aliverkkoja. Määrää näiden yhteysmatriisit. Mitä voit sanoa niiden avulla verkon G yhteysmatriisista?

5. Etsi seuraavista verkoista Hamiltonin sykli ja avoin Hamiltonin ketju, jota ei saa sykliksi yhden solmun lisäämisellä.



6. Olkoon $G = (V, E, \alpha)$ verkko. Osoita, että

$$\begin{aligned}
 (x, y) \in R_G^n &\iff \text{on olemassa polku } \gamma: x \rightarrow y, \text{ jolle } |\gamma| = n \\
 &\iff \text{on olemassa polku } \gamma: y \rightarrow x, \text{ jolle } |\gamma| = n \\
 &\iff (y, x) \in R_G^n.
 \end{aligned}$$

7. Vanhan kartanon niissä huoneissa, joissa on parillinen määrä ovia, on kummitus. Osoita, että jos ulko-ovia on vain yksi, niin kartanoon tuleva vieras voi aina löytää reitin huoneeseen, jossa ei ole kummituksia.
8. Hiiri aikoo syödä $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ -kuution juustoa. Se aloittaa kärjestä ja syö aina kokonaan $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ -kuution palan ja siirtyy sitten viereiseen pikkukuution. Voiko hiiri syödä viimeisenä keskellä olevan pikkukuution?