

## Matematiikan perusmetodit I/Sov.

### Harjoitus 10, syksy 2005

1. Määrä  $f'(x)$ , kun

a)  $f(x) = \cos(x + \sin x)$

b)  $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

c)  $f(x) = \overline{arc} \sin \left( \frac{2x}{x^2+1} \right)$

d)  $f(x) = \overline{arc} \tan \sqrt{x}$

e)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

f)  $f(x) = \log_a x \sqrt{x}$ .

2. Määrä  $(f^{-1})'(x_0)$ , kun

a)  $f(x) = e^x + x$  ja  $x_0 = 1$ ,

b)  $f(x) = 1 + 2^{x+2}$ ,  $x_0 > 1$ .

3. Määrä  $f'(x)$ , kun

a)  $f(x) = x^{x^x}$ ,      b)  $f(x) = x^{\sin x}$ ,      c)  $(\log x)^{\log x}$ .

4. Määrä  $f^{(n)}(x)$ , kun  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ ,  $x \neq 1$ .

5. Osoita väliarvolauseen avulla, että

a)  $1 - \frac{a}{b} < \log \frac{b}{a} < \frac{b}{a} - 1$ , kun  $0 < a < b$ .

b)  $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$ , kun  $x > -1$  ja  $x \neq 0$ .

6. Määrä  $f'(x)$ , kun

a)  $f(x) = \overline{arc} \tan \left( \frac{x-1}{x+1} \right) + \overline{arc} \tan \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$  ja  $x \neq -1$ .

b)  $f(x) = \overline{arc} \tan x - \overline{arc} \sin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ .

Tutki  $f'(x)$ :n avulla millaisia arvoja  $f(x)$  voi saavuttaa.