

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 11, syksy 2005

- Huoneen ilmassa on $p_1\%$ hiilidioksidia. Tuulettimista huoneeseen tulee raitista ilmaa, jossa hiilidioksidia on $p_0\%$ nopeudella $k \text{ m}^3/\text{min}$. Samalla huoneesta poistuu eri teitä sama määrä ilmaa. Oletetaan, että ilma pysyy homogeenisena tuuletuksen aikana. Olkoon huoneen tilavuus $h \text{ m}^3$. Laske, kuinka monta prosenttia huoneessa on hiilidioksidia t minuutin kuluttua.
- Määrää funktion $f(x)$ ääriarvo-pisteet ja tutki niiden laatu, kun
 - $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}x$
 - $f(x) = 1 + \sin x \cos x$,
 - $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.
- Määrää funktion f paikalliset ääriarvokohdat ja tutki niiden laatu, kun
 - $f(x) = x^2 \log x$
 - $f(x) = x^x$.(Kuvio.)
- Määrää funktion $f(x) = xe^{-x^2}$ suurin ja pienin arvo välillä $[-2, 2]$.
- Suora kulkee pisteen $(2,4)$ kautta ja se leikkaa positiiviset x - ja y -akselit. Määrää suoran yhtälö niin, että suoran ja koordinaattiakselien määräämän kolmion pinta-ala on mahdollisimman pieni.
- Määrää raja-arvot
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overline{\text{arc}} \sin x - x}{x^3}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(\frac{x+2}{x+3} \right)$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + e^x + e^{2x})^{\frac{1}{x}}$.