

## Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

### Harjoitus 1, syksy 2005

1. Osoita induktion avulla, että

a)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  aina, kun  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

b)  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  aina, kun  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

c)  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$  aina, kun  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

d)  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$   
aina, kun  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

2. a) Määrää 10-järjestelmän luku 91 binäärilukuna. Määrää binääri-luku 110111 10-järjestelmän lukuna.

b)  $x$  on lukujärjestelmän kantaluku ja  $3_x + 4_x = 12_x$ . Määrää  $x$ .

3. Määrää jaksolliset desimaaliluvut

0.212121... ja 2.221221221...  
rationaalilukuina.

4. Olkoon  $x$  irrationaaliluku. Tutki lukujen  $\frac{x+1}{x-1}$  ja  $x^2$  irrationaali-suutta.