

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 3, syksy 2005

1. Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat bijektioita $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$. Määrä $f^{-1} : \mathcal{A}(f) \rightarrow \mathcal{M}(f)$ mikäli mahdollista.
 - a) $f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$,
 - b) $f(x) = x^2 + 2, x \geq 0$,
 - c) $f(x) = x^2 + 2, x \leq 0$,
 - d) $f(x) = x|x|, x \in \mathbb{R}$,
 - e) $f(x) = x^2 + x, x \in \mathbb{R}$,
 - f) $f(x) = \frac{1}{x}, x > 0$.
2. Funktio $f(x) = -2x^3 - x, x \in \mathbb{R}$, on bijektio $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Määrä $f^{-1}(0), f^{-1}(3)$, ja $f^{-1}(-57)$.
3. Määrä $f + g, fg$ ja $\frac{f}{g}$, kun $f(x) = x$ ja $g(x) = |x|, x \in \mathbb{R}$.
4. Tutki funktion f kasvavuutta välillä I , kun $f(x) = x^2 + x^4$ ja
 - a) $I = [1, 3]$,
 - b) $I = [-1, 0]$,
 - c) $I = [-3, 2]$.
5. Tutki funktion f parillisuutta tai parittomuutta, kun
 - a) $f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$,
 - b) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$,
 - c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$,
 - d) $f(x) = x^2 + x$.
6. Olkoon $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bijektio. Tutki onko $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pariton. Voiko bijektio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olla parillinen?