

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 5, syksy 2005

1. Ratkaise yhtälöt

a) $\sin x = \sin 2x$ b) $\cos 2x = \tan x + 1$

c) $\sin x = -\cos x$ d) $\sin x = \sin 5x - \sin 3x$.

2. Olkoot m ja $n \in \mathbb{R}$ kiinteitä. Osoita, että

a) $\sin mx \sin nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$

b) $\sin mx \cos nx = \frac{1}{2}[\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$

aina, kun $x \in \mathbb{R}$.

3. Määrä $\overline{arc} \sin \frac{1}{2}$, $\overline{arc} \cos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ja $\overline{arc} \tan \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

4. Määrä lauseke $\overline{arc} \cos(-x)$, $x \in [-1, 1]$, $\overline{arc} \cos x$:n avulla.

5. Sievennä lausekkeet $\sin(\overline{arc} \cos x)$, $\overline{arc} \cos(\sin x)$ ja $\sin(2\overline{arc} \cos x)$.

6. Lausu $f(x)$ muodossa $f(x) = r \sin(x + \varphi)$ ($r > 0$ ja $\varphi \in \mathbb{R}$ vakioita), kun

a) $f(x) = -\sin x + \cos x$ b) $f(x) = -\sin x - \sqrt{3} \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

7. Funktio $f(x) = \overline{arc} \sin(1 - x^2)$, $x \in [0, 1]$, on bijektio $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$. Määrä $\mathcal{A}(f)$ ja $f^{-1}(x)$.