

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 6, syksy 2005

1. Määrää funktio $f(x)$ muodossa $f(x) = r \sin(x + \varphi)$ ($r > 0$ ja φ vakioita), kun

a) $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$

b) $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$

c) $f(x) = -\sin x \cos x$

2. Osoita, että $\overline{\arcc} \tan x + \overline{\arcc} \cot x = \frac{\pi}{2}$ aina kun $x \in \mathbb{R}$.

3. Määrää $\operatorname{Re} z$ ja $\operatorname{Im} z$, kun

a) $z = (2 - 3i)(4 - 5i)$, b) $z = \frac{2 + 3i}{3 - 2i}$.

4. Ratkaise z yhtälöstä

a) $(1 + 3i)\bar{z} = 5 - 2i$, b) $2z + \bar{z} = 6 - i$,

c) $3\bar{z} + iz = i$, d) $\frac{2}{1 + \bar{z}} = 1 + i$.

5. Määrää kompleksiluku z napakoordinaattien avulla, kun

a) $z = -3$, b) $z = -5i$, c) $z = -\sqrt{12} + 2i$,

d) $z = 1 - i$, e) $z = -1 + i$.

6. Määrää $\operatorname{Re} z$ ja $\operatorname{Im} z$, kun

a) $z = (\sqrt{3} - i)^{27}$, b) $z = (2 + i\sqrt{12})^7$,

c) $z = (1 + i)^5(-1 + i)^9$, d) $z = \frac{(1 + i)^7}{(-1 + i\sqrt{3})^5}$.