Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 8, syksy 2005

1. Määrää vakiolle a sellainen arvo, että

   funktio $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+1) & , x \leq a \\ \sqrt{x-a} - a & , x > a \end{cases}$$

   on jatkuva koko $\mathbb{R}$:ssä.

2. Olkoon f määritelty ehdolla

   a) $$f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos\ x - \cos 2x}, \qquad \text{kun } x \neq 0,$$

   b) $$f(x) = \frac{\sqrt{1-|x|}-1}{x^2+x}, \qquad \text{kun } x \neq 0.$$

   Määrää (mikäli mahdollista) $f(0)$, niin että f tulee jatkuvaksi origossa.

3. Tutki funktion f jatkuvuutta pisteessä $x = 1$,

   kun $$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , x \leq 1 \\ x & , x > 1. \end{cases}$$

4. Osoita, että funktio $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$, on rajoitettu.

5. Olkoon f jatkuva funktio $[0,1] \to [0,1]$. Osoita, että on olemassa $x_0 \in [0,1]$, jolle $f(x_0) = x_0$.

6. Osoita, että yhtälöllä $x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$, on ratkaisu välillä $[0,1]$.

   Määrää ratkaisun likiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.