Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 9, syksy 2005

1. Tiedetään, että $f'(x_0)$ on olemassa. Määrä seuraavat raja-arvot

   a) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+2h)-f(x_0-h)}{h}$,

   b) $\displaystyle\lim_{x\to x_0} \frac{xf(x_0)-x_0f(x)}{x-x_0}$.

2. Olkoon $f(x) = \begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x} & \text{, kun } x\neq 0 \\ 0 & \text{, kun } x = 0 \end{cases}$.
   Tutki onko $f'(0)$ olemassa.

3. Määrää määritelmän avulla
   $f'(x_0)$, kun $f(x)=\frac{1}{x}$ ja $x_0\neq 0$.

4. Määrää $f'(x)$, kun

   a) $f(x) = (x^2+5)^5(x^3-2)^3$
   b) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$
   c) $f(x) = \cos(x+\sin x)$
   d) $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$
   e) $f(x) = |x-1|$
   f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

5. Olkoon $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ funktio, jolle $g(xy) = g(x)+g(y)$ aina, kun $x, y \in \mathbb{R}^+$. Oletetaan, että $\lim_{y\to 0}\frac{g(1+y)}{h} = a$ on olemassa. Määrää $g'(x)$, kun $x\in\mathbb{R}^+$.