

Ryhmäteoria

Harjoitus 3 syksy 2005

1. Olkoon G yksinkertainen ryhmä ja $|G| = 660$. Osoita, että ryhmällä G ei ole kertalukua 66 olevaa aliryhmää.
2. Oletetaan, että G on äärellinen ryhmä ja p on pienin alkuluku, joka jakaa ryhmän G kertaluvun.
Todista: Jos $H < G$ ja $[G : H] = p$, niin $H \triangleleft G$.
3. Olkoon $|G| = 1575$, $N \trianglelefteq G$ ja $H \leq G$ sekä $|N| = 175$ ja $|H| = 105$. Onko $NH \trianglelefteq G$?
4. Tarkastellaan alternoivaa ryhmää A_5 . Onko A_5 transitiivinen joukossa $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$? Osoita, että ryhmällä A_5 on kertalukua 12 oleva aliryhmä H . Osoita vielä, että $N_{A_5}(H) = H$.