Ryhmäteoria

Harjoitus 4 syksy 2005

1. Lauseen 4.3 todistuksen alussa laadittiin homomorfismi

$$f : G \to S_{|\Omega|}, f(g) = \begin{pmatrix} M \\ gM \end{pmatrix} \quad (M \in \Omega).$$

   Miksi $\mathrm{Ker}(f) = \{1\}$?

2. Olkoon p alkuluku.
   Todista: Jos $|G| = p^2$, niin G on Abelin ryhmä.

3. Olkoon $|G| = 1701$. Voiko G olla yksinkertainen ryhmä?

4. Määrää Sylowin 2- ja 3-aliryhmien lukumäärät alternoivassa ryhmässä A_5.

5. Olkoon p alkuluku, $|G| = p^3$ ja olkoon $k(G)$ ryhmän G konjugaattiluokkien lukumäärä.
   Osoita: Jos G ei ole Abelin ryhmä, niin $k(G) = p^2 + p - 1$.