

## Todennäköisyyslaskennan jatkokurssi

### Harjoitus 1 syksy 2005, vko 45

1. Viidentoista arvan joukossa on  
kolme, joilla voittaa 10 euroa,  
neljä, joilla voittaa 3 euroa,  
lopun arvat ovat tyhjiä. Olkoon  $X$  ”kaksi arpa ostavan henkilön voittosumma”. Laske  $E(X)$ .
2. Laskettaessa  $n$  reaaliluvun aritmeettinen keskiarvo luvut pyöristetään kokonaisluvuiksi. Oletamme, että pyöristysvirheet ovat riippumattomia ja  $\text{Tas}(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ -jakautuneita sm:ia. Olkoon  $X$  aritmeettisen keskiarvon virhe. Mikä on  $n$ :n vähintään oltava, jotta

$$P\{|X| \geq 0.01\} < 0.05.$$

Käytä arviointiin Tšebyševin epäyhtälöä.

3. Osoita, että tapahtumat  $A_1, \dots, A_n$  ovat riippumattomia, jos ja vain jos sm:t  $1_{A_1}, \dots, 1_{A_n}$  ovat riippumattomia.
4. Osoita kahdelle tapahtumalle  $A$  ja  $B$ :  $A$  ja  $B$  ovat riippumattomia, jos ja vain jos  $\text{Cov}(1_A, 1_B) = 0$ .
5. Todista Schwarzin epäyhtälö (L.3.1.7 kirjassa ja L.3.1.5 luennoissa).  
Ohje: Tarkastele odotusarvoa  $E((tX + Y)^2), t \in \mathbb{R}$ .

vkon 46 harjoitukset kääntöpuolella