

Todennäköisyyslaskennan jatkokurssi

Harjoitus 2, syksy 2005, vko 46

- Määritä X :n p -fraktiili tapauksissa $p = 0.5, 0.75, 0.99$, kun
 - $X \sim \text{Tas}(0,1)$,
 - $X \sim \text{Exp}(2)$,
 - $X \sim N\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$.
- Olkoon $P(A) = p$. Määritä indikaattorin 1_A tngf ja johda tämän avulla $\text{Bin}(n, p)$ -jakauman tngf.
- Olkoon X \mathbb{N} -arvoinen sm ja G sen tngf.
 - Mitä ovat $G(0), G(1)$?
 - Lausu G :n avulla tn, että X saa parillisen arvon.
- Olkoot X ja Y riippumattomia. Johda ehdollinen jakauma

$$P\{X = k \mid X + Y = n\} \quad (k = 0, 1, \dots, n),$$

kun

- $X \sim \text{Bin}(n_1, p), Y \sim \text{Bin}(n_2, p)$,
 - $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1), Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$,
 - $X, Y \sim \text{Geom}(p)$.
5. (Jensenin epäyhtälö) Oletetaan, että derivoituvan funktion g derivaatta on kasvava. Osoita: Jos sm:illa X ja $g(X)$ on odotusarvot, niin

$$g(E(X)) \leq E(g(X)).$$