

## Todennäköisyyslaskennan jatkokurssi

### Harjoitus 5, syksy 2005

- Laatikossa on 10 palloa, joista 2 on valkoista ja 3 punaista. Kokeessa nostetaan 3 palloa ilman takaisinpanoa. Olkoon  $X$  valkoisten ja  $Y$  punaisten pallojen lkm otoksessa.
  - Johda  $(X, Y)$ :n ptnf,
  - ilmoita reunajakaumat,
  - määritä ehdolliset jakaumat.
- Määritä vakio  $c$  siten, että  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  on tiheysfunktio, kun
  - $f(x, y) = cxy$  ( $0 < x < 1$  ja  $0 < y < 1$ ),
  - $f(x, y) = ce^{-x-y}$  ( $0 < x < y$ ).
- Jatkoa tehtävään 2. Tutki ovatko  $X$  ja  $Y$  riippumattomia, kun sm-parin  $(X, Y)$  tf on  $f$ .
- Jatkoa tehtävään 2. Johda ehdolliset tf:t

$$f_X(\cdot|Y = y), \quad f_Y(\cdot|X = x).$$

- Janalle, jonka pituus on  $a$ , sijoitetaan umpimähkään ja toisistaan riippumatta kaksi pistettä.
  - Laske tn, että pisteiden etäisyys on suurempi kuin  $x$  ( $0 < x < a$ ).
  - Laske etäisyyden odotusarvo.
- $X \sim \text{Tas}(0,1)$  ja ehdolla  $\{X = x\}$   $Y$ :n jakauma on  $\text{Tas}(0,x)$ .
  - Johda  $Y$ :n tf ja laske  $E(Y)$ .
  - Johda ehdollinen tf

$$f_X(\cdot|Y = y)$$

ja laske  $E(X|Y = y)$ .

- Tason yksikkökiekkoon sijoitetaan umpimähkään ja toisistaan riippumatta  $n$  pistettä. Olkoon  $R$  origoa lähinnä olevan pisteen etäisyys origosta. Johda  $R$ :n tf.