

Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Harjoitus 6, syksy 2005

1. Ilmoita satunnaismuuttujan X jakauma, jos
 - a) X on viallisten lkm laatikossa, johon on pakattu 48 tuotetta; oletamme, että kullakin tuotteella toisistaan riippumatta todennäköisyys on 0.05 olla viallinen,
 - b) X on ässien lkm vedettäessä 13 korttia korttipakasta ilman takaisinpanoa,
 - c) X on tiettyssä lokerossa olevien pallojen lkm (n palloa, k lokeroa),
 - d) X on turhien kertojen lkm toistuvassa kahden nopan heitossa ennen ensimmäisen kuutosparin esiintymistä,
 - e) X on värisokeiden lkm 10 hengen otoksessa (takaisinpanolla) 100 hengen populaatiossa, jossa on 3 värisokeata.
2. Laske todennäköisyys, että X on parillinen, jos
 - a) $X \sim \text{Bin}(n, p)$,
 - b) $X \sim \text{Geom}(p)$,
 - c) $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$.
3. Lanttia heitetään, kunnes sekä kruunu että klaava ovat esiintyneet ainakin kaksi kertaa. Olkoon X sen kerran järjestysluku, jolla peli päättyy. Johda X :n ptnf ja kf ja määrää pienin arvo n , jolla $P\{X \leq n\} > 0.9$.
4. Viesti koostuu sadasta merkistä (joko 0 tai 1), joista jokainen merkki voi tiedonsiirtovaiheessa vaihtua (nollasta ykköseksi tai päinvastoin) tn:llä $p = 0.001$ (muista merkeistä riippumatta). Millä tn:llä viesti on alkuperäisessä muodossaan kymmenen tiedonsiirtovaiheen jälkeen?
5. Tikkataulu muodostuu samankeskisistä r -, $2r$ -, \dots , $10r$ -säteisistä ympyröistä ($r > 0$ vakio), joista muodostuva uloin ympyrä antaa yhden pisteen, seuraava 2 pistettä jne. Keskellä oleva ympyrä antaa 10 pistettä. Oletamme, että tauluun heitettäessä osa-alueen tn on verrannollinen sen pinta-alaan. Määritä yhdellä (tauluun osuvalla) tikalla saatavan pisteluvun odotusarvo.
6. Noppaa heitetään 4 kertaa. Olkoon X suurin esiintyneistä pisteluvuista. Määritä $E(X)$.
7. Olkoon X diskreetti sm, jonka arvojoukko sisältyy joukkoon $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ja

$$q_k = P\{X \geq k\} \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Osoita, että

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k$$

(odotusarvo on olemassa, jos ja vain jos $\sum q_k < \infty$).