

Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Harjoitus 7, syksy 2005

1. Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio f on

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-x}, & x > 0, \\ 0, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

a) Määritä vakio c , b) johda kf, c) laske $P\{0 < X < 1\}$.

2. Maanalainen lähtee pääteasemaltaan klo 7 ja 8 välillä 3, 5, 8, 10, 13, 15, 18, ... minuuttia yli 7. Laske tn, että asemalle saapuva henkilö ei joudu odottamaan minuuttia kauempaa, jos hänen saapumisaikansa jakautuu tasaisesti klo 7.02 ja 7.24 välille.

3. Henkilön odotusaika raitiovaunuun jakautuu tasaisesti välille $]0, 10[$ (yksikkönä minuutti). Määritä tn, että 4 minuuttia turhaan odottanut henkilö joutuu odottamaan vielä vähintään x minuuttia.

4. Tehdas valmistaa tuotetta, jonka kesto aika kulutuksessa (vuosissa laskettuna) on jakaumaltaan $\text{Exp}(\lambda)$, $\lambda > 0$. Tehtaan johto voi säädellä parametria λ . Mikä λ :n tulisi olla, jotta todennäköisyys, että kesto aika olisi korkeintaan 3 vuotta, olisi vähintään 0.5?

5. Asiakkaalta pankissa kuluva aika on jakaumaltaan $\text{Exp}(\frac{1}{10})$, yksikkönä minuutti.

a) Millä todennäköisyydellä asiakas viipty pankissa yli 15 minuuttia?

b) Millä todennäköisyydellä 10 minuuttia pankissa ollut asiakas viipty vielä yli 15 minuuttia?

6. Eräässä väestössä miespuolisen henkilön pituus on sm X , joka noudattaa normaali-jakaumaa; $\mu = 178, \sigma = 5$ (yksikkönä cm). Määritä

a) $P\{168 \leq X \leq 188\}$,

b) $P\{X > 188\}$,

c) $P\{X < 193 | X > 188\}$.

7. Tehtaassa valmistetaan lentopostikirjekuoria. Oletamme, että kirjekuoren paino X noudattaa $N(1.95, 0.05^2)$ -jakaumaa, yksikkönä gramma. Mikä on tn, että

a) umpimähkään valitun kirjekuoren paino on rajojen 1.8 g ja 2.1 g välissä?

b) umpimähkään valitun kirjekuoren paino on yli 2 grammaa?

c) Mikä on 100 kuoren pakkauksessa olevien yli 2 g painavien kuorten lukumäärän odotusarvo?

8. Määritä $E(X)$, kun X :llä on jatkuva jakauma tf:na f ,

a) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ ($x \in \mathbb{R}$),

b) $f(x) = 8/x^3$ ($x > 2$),

c) $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ ($x > 0$).