

## Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Harjoitus 8, syksy 2005

1. Olkoot  $X$  ja  $Y$  riippumattomia, yhteisenä jakaumana  $N(\mu, \sigma^2)$ . Ilmoita seuraavien satunnaismuuttujien jakauma

a)  $2X$ ,   b)  $(X + Y)/2$ ,   c)  $X - Y$ ,   d)  $2X + 3Y + \mu$ .

2. Olkoon  $X_i (i = 1, 2, 3)$  riippumattomia,  $N(1, 3)$ -jakautuneita sm:ia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

3. Mittausvirheet  $X_1, \dots, X_n$  ovat riippumattomia, yhteisenä jakaumana  $N(0, \sigma^2)$  ja

$$P\{|X_i| < a\} = 0.95.$$

Millä  $n$ :n arvolla keskiarvolle  $\bar{X}$  pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0.95?$$

4. Määritä sm:n  $X - Y$  tf, kun  $X \perp Y$  ja  $X, Y \sim \text{Exp}(\lambda)$ .

5. Johda sm:n

a)  $2X + 1$ ,   b)  $2X^2 + 1$ ,   c)  $|X|^{\frac{1}{2}}$

jakauma, kun  $X \sim N(0, 1)$ .

6.  $xy$ -tason pisteestä  $(0,1)$  lähtee valonsäde, joka muodostaa negatiivisen  $y$ -akselin kanssa kulman  $\Theta$ , jonka jakauma on  $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Olkoon  $X$  sen pisteen  $x$ -koordinaatti, jossa valonsäden leikkaa  $x$ -akselin. Johda  $X$ :n kf ja tf. Onko  $X$ :llä odotusarvoa?