

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 12, syksy 2006

1. Määräää $f'(x)$, kun

a) $f(x) = x^{x^x}$, b) $f(x) = x^{\sin x}$, c) $(\log x)^{\log x}$.

2. Määräää $f^{(n)}(x)$, kun $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $x \neq 1$.

3. Osoita väliarvolauseen avulla, että

a) $1 - \frac{a}{b} < \log \frac{b}{a} < \frac{b}{a} - 1$, kun $0 < a < b$.
b) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$, kun $x > -1$ ja $x \neq 0$.

4. Määräää $f'(x)$, kun

a) $f(x) = \overline{\arctan} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \overline{\arctan} \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ ja $x \neq -1$.
b) $f(x) = \overline{\arctan} x - \overline{\arcsin} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Tutki $f'(x)$:n avulla millaisia arvoja $f(x)$ voi saavuttaa.

5. Määräää funktion $f(x)$ ääriarvo-pisteet ja tutki niiden laatu, kun

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}x$ b) $f(x) = \sin 2x + 2 \sin x$.

6. Määräää funktion f paikalliset ääriarvokohdat ja tutki niiden laatu, kun

a) $f(x) = x^2 \log x$ b) $f(x) = x^x$.

(Kuvio.)