Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 4, syksy 2006

1. Määrää $\mathcal{M}(f)$ ja $\mathcal{A}(f)$, kun
   a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, b) $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$.

2. Olkoot f ja g funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}.$$

   Osoita, että $\mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(g)$. Onko mahdollista määrätä vakioille a ja b sellaiset arvot, että $f = g$?

3. Tutki onko f bijektio $\mathcal{M}(f) \to \mathcal{A}(f)$, kun
   a) $f(x) = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$, b) $f(x) = x^2 - 1, x \geq 0$,
   c) $f(x) = x^3 + 2, x \in \mathbb{R}$, d) $f(x) = x|x|, x \in \mathbb{R}$.

4. Mikäli mahdollista, niin määrää tehtävän 3 funktioille käänteisfunktio f^{-1}.

5. Määrää yhdistetyt funktiot $f \circ g, g \circ f$, kun $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ ja $g(x) = x^2 - 1$. Määrää lisäksi $\mathcal{M}(f \circ g)$ ja $\mathcal{M}(g \circ f)$.