

Matematiikan Perusmetodit I/sov.

Harjoitus 10, syksy 2007

1. Tutki funktion f jatkuvuutta pisteessä $x = 1$, kun

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \leq 1, \\ x, & x > 1. \end{cases}$$

2. Määrä vakiolle a sellainen arvo, että funktio

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2 + 1), & x \leq a, \\ \sqrt{x - a} - a, & x > a, \end{cases}$$

on jatkuva koko reaalilukujen joukossa \mathbb{R} .

3. Olkoon f määritelty ehdolla

$$\text{a) } f(x) = \frac{\sin\left(\frac{x}{2x+3}\right)}{x}, \quad \text{kun } x \neq 0,$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x - \cos 2x}, \quad \text{kun } x \neq 0,$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{1 - |x|} - 1}{x^2 + x}, \quad \text{kun } x \neq 0.$$

Määrä (mikäli mahdollista) $f(0)$ niin, että f on jatkuva origossa.

4. Osoita, että funktio $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$, on rajoitettu.
5. Olkoon f jatkuva funktio $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Osoita, että on olemassa $x_0 \in [0, 1]$, jolle $f(x_0) = x_0$.
6. Osoita, että yhtälöllä $e^x = 2 - x$ on täsmälleen yksi ratkaisu. Määrä tämän ratkaisun likiarvo kahden desimaalin tarkkuudella.

HUOM! Harjoitukset löytyvät myös netistä osoitteesta
<http://math.oulu.fi/materiaalit/harjoitukset/syksy07/>