

Matematiikan Perusmetodit I/sov.

Harjoitus 4, syksy 2007

1. Ratkaise epäyhtälö $|x - a| < x^2 - ax$, kun $a \in \mathbb{R}$ on vakio.

2. Olkoot f ja g funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 2}.$$

Osoita, että $D_f = D_g$. Onko mahdollista määrätä vakioille a ja b sellaiset arvot, että $f = g$.

3. Tutki, mitkä seuraavista funktioista f ovat bijektioita $D_f \rightarrow R_f$. Määrä myös käänteisfunktio $f^{-1} : R_f \rightarrow D_f$, mikäli mahdollista.

a) $f(x) = x^2 - 2, \quad x \in \mathbb{R},$ b) $f(x) = x^2 - 2, \quad x \geq 0,$

c) $f(x) = x^2 + x, \quad x \in \mathbb{R},$ d) $f(x) = x|x|, \quad x \in \mathbb{R},$

e) $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x > 0.$

4. Tutki, ovatko funktiot $f(x) = 4x + 7$ ja $g(x) = \frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$ toistensa käänteisfunktioita.

5. Määrä jokin sisäfunktio s ja ulkofunktio u , joiden yhdistetty kuvaus on

a) $f(x) = \sqrt{1 + x^2},$ b) $f(x) = (3x + 2)^4.$

6. Määrä $f \circ g$ ja $g \circ f$ sekä määrittäsjoukot $D_f, D_g, D_{f \circ g}$ ja $D_{g \circ f}$, kun

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{1}{x^2-1}.$$

HUOM! Harjoitukset löytyvät myös netistä osoitteesta
<http://math.oulu.fi/materiaalit/harjoitukset/syksy07/>