

## Ryhmäteoria

Harjoitus 11, syksy 2007

1. Olkoon  $K$  kunta ja  $|K| = p^n$ . Osoita, että  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid x \in K \right\}$  on ryhmän  $GL(2, K)$  Sylowin  $p$ -aliryhmä.
2. Olkoon  $K$  kuten tehtävässä 1. Osoita, että ryhmällä  $SL(2, K)$  on syklinen aliryhmä kertalukua  $p^n - 1$ .
3. Olkoon  $K$  äärellinen kunta. Osoita, että kaikki transvektiot konjugoivat ryhmässä  $GL(2, K)$ .
4. Olkoon  $q > 3$  alkuluku. Määrää ryhmän  $G = GL(2, q)$  kommutaattorialiryhmä  $G'$ .