

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat
Harjoitus 11, syksy 2007

72. Muuttujan x tiedetään noudattavan perusjoukossa normaali jakaumaa $N(120, 10^2)$. Olkoon (X_1, X_2, \dots, X_n) satunnaisotos tästä jakaumasta. Määriä todennäköisyydet
- $P(X_i > 122), i = 1, \dots, n$,
 - $P(\bar{X} > 122)$, kun $n=20$,
 - $P(\bar{X} > 122)$, kun $n=50$.
73. a) Olkoon $(X_1, X_2, \dots, X_{30})$ satunnaisotos jakaumasta $Tas(0,45)$. Mitä jakaumaa noudattaa likimain otoskeskiarvo $\bar{X} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i$?
- b) Olkoon $(X_1, X_2, \dots, X_{200})$ satunnaisotos jakaumasta $Bern(0,2)$, missä
- $$X_i = \begin{cases} 1, & \text{jos ominaisuus } A \text{ esiintyy} \\ 0, & \text{jos ominaisuus } A \text{ ei esiinty} \end{cases}$$
- b1) Mitä jakaumaa noudattaa likimain
- $$P = \frac{T}{200} = \frac{\text{ominaisuuden } A \text{ omaavien lkm otoksessa}}{200}?$$
- b2) Laske $P(P < 0.21)$.
74. Olkoon $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$ satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.
- Mitkä seuraavista μ :n estimaattoreista ovat harhattomia?
 - X_2
 - $\frac{1}{10}(X_1 + X_2 + \dots + X_{10}) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$
 - $10X_5 - 5$
 - Mikä a)-kohdan estimaattoreista on paras μ :n estimaattori? Perustele vastauksesi.
75. Tutkija on konstruoinut luottamuskväärit 10 eri tuntemattomalle parametrille. Jokaisen välin luottamustaso on 0.95 ja välit perustuvat toistiaan riippumattomiin otoksiin.
- Mikä on todennäköisyys, että jokainen 10 välistä onnistuu peittämään parametrin arvon?
 - Mikä on sellaisten välien odotettavissa oleva lukumäärä, jotka onnistuvat peittämään parametrin arvon?

76. Polttoputkia tekevän halkomakoneen valmistamien halkojen pituus ($= X$, cm) noudattaa $N(\mu, 2^2)$ -jakaumaa. Urakoitsija säätää halkomakoneella tehtävien halkojen keskipituisuuden ja aloittaa urakoinnin. Valmiiden halkojen joukosta valtaansa satunnaisesti 25 halkoa, joiden keskipituudeksi saatiin 29.1 cm.
- Määriä kyseisillä säädöillä valmistettavien halkojen keskipituisuuden ($= \mu$) pistestimaaatti.
 - Määriä parametrille μ 95%:n luottamuskvääri ja tulkitse tulos.

77. (jätkoa tehtävään 76)
Kuinna suuri tulisi otoskoon olla, jotta parametrin μ 99%:n luottamuskvääriin pituus olisi korkeintaan 0.1 cm?

78. Kuljetusyritys haluaa estimoida keskimääräisen kuljetusajan paikasta A paikkaan B. Yritys on kiinnostunut myös kuljetusajojen varianssista. Kymmenen kuljetuksen satunnaisotoksesta saatiin seuraavat ajat (tunteina)
- 61, 63, 63, 67, 65, 70, 67, 58, 69, 71.
- Oletetaan, että kuljetusaika noudattaa normaali jakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.
- Määriä μ :lle ja σ^2 :lle piste-estimaatit.
 - Määriä μ :lle 99%:n luottamuskvääri. Tulkitse tulos.
 - Määriä σ^2 :lle 98%:n luottamuskvääri ja tulkitse se.
- Kuljetusyritys kertoo mainoksessaan, että keskimääräinen kuljetusaika paikasta A paikkaan B on 60 tuntia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamuskväärien perusteella.

HUOM.

Mikroluokkaharjoitusten (R-ohjelmaan tutustuminen) ryhmät viikoilla 47 ja 48 ovat:

KE klo 10.15 - 11.45 salissa M302
 KE klo 12.15 - 13.45 salissa M302
 KE klo 14.15 - 15.45 salissa M302
 TO klo 08.30 - 10.00 salissa M302
 PE klo 08.30 - 10.00 salissa M302
 PE klo 10.15 - 11.45 salissa M302