

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I

Talustieteiden tiedekunnan opiskelijat

Harjoitus 12, viikko 48, syksy 2007

86. Olkoon $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$ satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.

a) Mitkä seuraavista μ :n estimaattoreista ovat harhattomia?

$$\text{a1)} 10X_5 - 5 \qquad \text{a2)} \frac{1}{3}(X_1 + X_5 + X_{10}) \qquad \text{a3)} \bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$$

b) Millä a)-kohdan estimaattorilla on on pienin varianssi?

87. Auto-lehden toimittaja keräsi tietoja uuden taloudelliseksi mainostetun auton polttoaineenkulutuksesta. 45 satunnaisesti valittua ko. merkin omistajaa lupautui pitämään kirjaa polttoaineenkulutuksesta ja näiden tulosten mukaan keskimääräinen oli 6.3 l/100 km. Oletetaan, että kulutuksen keskihajonta populaatiossa ($= \sigma$) on 1.4 l/100 km.

a) Määää automerkin keskimääräiselle ($= \mu$) piste-estimaatti.

b) Määää μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli.

c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan 0.6 l/100 km ts. virhemarginaali olisi korkeintaan 0.3 l/100 km?

88. Normaali jakaumasta $N(\mu, 10^2)$ poimittiin 25:n suuruisen satunnaisotos. Parametrit μ $100(1 - \alpha)$ %:n luottamusväliksi saatiin (95.66, 104.34). Monenko prosentoin luottamusväli edellä on laskettu?

89. Muuttujan x tiedetään noudattavan normaali jakaumaa populaatiossa. n :n suuruisessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta saatiin keskiarvoksi 18.4 ja keskihajonaksi 4.5.

a) Määää populaation keskiarvolle ($= \mu$) 95%:n luottamusväli, kun otoskoko on

$$\text{a1)} 10, \text{ a2)} 35, \text{ a3)} 50.$$

b) Miten otoskoko vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja välejä.

c) Olisiko kohdissa a1)-a3) luottamusvälit voitu laskea, jos x :n jakauma ei olisi ollut normaalisti jakautunut populaatiossa?

90. Kuljetusyritys haluaa estimoida keskimääräisen ajoajan paikasta A paikkaan B. Kymmenen kuljetuksen satunnaisotoksesta saatiin seuraavat ajoajat (min.):

$$49, 52, 55, 46, 48, 56, 49, 52, 53, 51$$

Oletetaan, että ajoaika noudattaa normaali jakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.

a) Määää μ :lle piste-estimaatti.

b) Määää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse tulokset.

Kuljetusyritys ilmoittaa asiakkailleen keskimääräiseksi ajoajaksi A:sta B:hen 50 minuuttia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

91. (jatkoa tehtävään 90)

Kuljetusyritys on kiinnostunut myös ajoaikojen keskihajonnasta ($= \sigma$).

a) Määää σ :lle piste-estimaatti.

b) Määää σ :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.

92. Eriään suuren yrityksen ammattiosasto selvitti jäsentensä mielipidettä yritystä koskevaan uudistukseen. 35:stä satunnaisesti valitusta ammattiosaston jäsenestä uudistusta kannatti 21. Määää uudistusta kannattavien suhteelliselle osuudelle populaatiossa ($= \pi$)

a) piste-estimaatti.

b) b1) 95%:n b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.

c) Miten suuri otos ammattiosaston jäsenistä pitäisi ottaa, jotta c1) 95%:n c2) 99%:n luottamusvälin virhemarginaali olisi korkeintaan 5 prosenttiyksikköä?

93. Puolueen AB kannatuksen 95%:n luottamusväliksi saatiin äänioikeutettujen suomalaisten satunnaisotokseen perustuvassa tutkimuksessa (18.4%, 22.4%).

a) Tulkitse saatu väli.

b) Määää puolueen AB kannatuksen piste-estimaatti.

c) Määää luottamusvälin laskemisessa käytetty otoskoko.

d) Mikä olisi tutkimuksen virhemarginaali ollut, jos otoskoko olisi ollut 10 000, mutta muut arvot samat kuin lasketussa välissä?