

Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 2 syksy 2007

1. Olkoot A ja B tapahtumia. Osoita, että

$$P(A) \leq 1 - P(A^c \cap B^c) \leq P(A) + P(B)$$

ja

$$1 - P(A^c) - P(B^c) \leq P(A \cap B) \leq P(A).$$

2. Ravintolan ruokalistalla on 3 keittoa, 5 alkuruokaa, 8 pääruokaa ja 4 jälkiruokaa. Kuinka monta erilaista (täydellistä) ateriaa on mahdollista valita?
3. Henkilöt A ja B asettuvat kahdeksan muun henkilön kanssa jonoon täysin umpimähkään. Millä todennäköisyydellä A :n ja B :n välissä on enintään 2 henkilöä?
4. a) Kuinka monella tavalla 15 henkilöä voivat asettua pyöreän pöydän ympärille? Kahta sijoittelua pidetään samana, jos ne saadaan toisistaan pöydän kierrolla.
b) Oletetaan, että henkilöt edustivat 15 maan YK-valtuuskuntia turvallisuusneuvostossa. Millä todennäköisyydellä Englannin ja Ranskan edustajat istuvat vierekkäin, mutta Yhdysvaltojen ja Venäjän eivät?
5. Valitaan n henkilön joukosta k -henkinen komitea, jossa yksi henkilö on puheenjohtajana. Montako eri komiteaa voidaan muodostaa, kun tulkitaan eri komiteoiksi myös ne, joissa on samat jäsenet mutta eri puheenjohtaja? Laske lukumäärät valitsemalla
a) ensin komitea ja siitä puheenjohtaja,
b) ensin puheenjohtaja ja sitten muut jäsenet.
Totea lopuksi, että saadut tulokset ovat samat.
6. Opettaja luennoi saman kurssin kolmesti vuodessa 40 vuoden aikana. Jokaisella kurssilla hän kertoo 3 vitsiä. Kuinka suuri hänen vitsivarastonsa tulee olla, jotta hänen ei tarvitse kertoa millekään kahdelle kurssille täsmälleen samoja vitsejä? Entä, jos hän kertoo 4 vitsiä joka kurssilla.
7. Kolme stokastikkoa on sopinut tiettyinä aikana tapaamisesta Grand Hotel'ssa. Kaupungissa sattuu kuitenkin olemaan neljä tämän nimistä hotelleja (mistä kukaan henkilöistä ei ole tietoinen). Millä todennäköisyydellä henkilöt ovat
a) kaikki eri hotelleissa,
b) kaikki samassa hotellissa?