

Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Harjoitus 5 syksy 2007

1. Hajamielinen herra unohtaa sateenvarjonsa kaupassa käydessään todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$. Eräänä päivänä hän on käynyt neljässä kaupassa ja huomannut kotiinpalattuaan sateenvarjonsa unohtuneen. Laske todennäköisyys sille, että sateenvarjo on i :ssä kaupassa, missä $i = 1, 2, 3, 4$.
2. Herra K:lla on taikavarpu, jolla hän väittää kykenevänsä löytämään vettä. K:n väitteen todellisuutta päätettiin testata seuraavasti: K:lle annetaan 10 kertaa verrattavaksi kaksi tynnyriä (jotka tietenkin muuten ovat aivan samanlaiset), joista toisessa on vettä ja toisessa ei. Laske todennäköisyys, että K valitsee vähintään kahdeksan kertaa oikean tynnyrin
 - a) olettaen, että hän valitsee tynnyrin sattumanvaraisesti,
 - b) olettaen, että hän tunnistaa veden todennäköisyydellä 0,8.
3. N lasta on päättänyt valita sen, joka jää laskemaan sataan muiden mennessä piiloon siten, että kaikki heittävät lanttia. Millä todennäköisyydellä laskemaan jäävä ratkeaa n :nellä heittokierroksella, kun vaatimuksena on, että yksi saa eri tuloksen kuin muut?
4. (*Banachin tulitikkuprobleema*) Henkilöllä on aina mukanaan kaksi tulitikkulaatikkoa. Tarvitessaan tulitikkua hän ottaa sen umpimähkään valitsemastaan laatikosta. Eräänä aamuna kummassakin laatikossa on n tulitikkua. Lake todennäköisyys sille, että, kun henkilö yrittää ottaa tikkua tyhjästä laatikosta ensimmäistä kertaa, toisessa on r tikkua jäljellä. Mikä on todennäköisyys, kun $n = 50$ ja $r = 0$?
5. Kadonnut kirje on todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$ jossakin kirjoituspöydän kuudesta laatikosta. Millä todennäköisyydellä se on viimeisessä laatikossa ehdolla, että viisi ensimmäistä laatikkoa on jo tutkittu turhaan?
6. Kolmessa lippaassa on seuraavat kolikot:
 - 1: kaksi kultarahaa,
 - 2: yksi kulta- ja yksi hopearaha,
 - 3: kaksi hopearahaa.Lippaista valitaan ensin umpimähkään yksi ja siitä nostetaan kolikko umpimähkään ilman takaisinpanoa. Kolikko osoittautuu kultarahaksi. Mikä on tällä ehdolla todennäköisyys sille, että toinenkin samasta lippaasta nostettu kolikko on kultaraha.
7. Sanoista SCHMERZ, KULUMISURIA ja RIIUUYÖAIE valitaan umpimähkään yksi. Sen jälkeen valitusta sanasta poimitaan yksi kirjain umpimähkään. Kirjain osoittautuu vokaaliksi. Mikä on tällä ehdolla todennäköisyys sille, että valittu sana oli suomenkielinen? Huomaa, että riiuuyöaie on suomenkielinen sana!