

Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Harjoitus 8 syksy 2007

- Määritä $E(X)$, kun satunnaismuuttajalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan f , missä
 - $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, kaikilla $x \in \mathbb{R}$;
 - $f(x) = \frac{8}{x^3}$, kun $x > 2$;
 - $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$, kun $x > 0$.

- Olko X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $N(\mu, \sigma^2)$. Ilmoita seuraavien satunnaismuuttujien jakaumat:

- $2X$,
- $\frac{(X+Y)}{2}$,
- $X - Y$,
- $2X + 3Y + \mu$.

- Olko X_1, X_2 ja X_3 riippumattomia, $N(1, 3)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

- Mittausvirheet X_1, X_2, \dots, X_n ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $N(0, \sigma^2)$ ja

$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \dots, n.$$

Millä indeksin n arvolla keskiarvolle \bar{X} pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

- Määritä satunnaismuuttujan $X - Y$ tiheysfunktio, kun $X \perp Y$ ja $X, Y \sim \text{Exp}(\lambda)$.

- Johda satunnaismuuttujan

- $2X + 1$,
- $2X^2 + 1$,
- $|X|^{\frac{1}{2}}$

jakauma, kun $X \sim N(0, 1)$.

- xy -tason pisteessä $(0, 1)$ lähtee valonsäde, joka muodostaa negatiivisen y -akselin kanssa kulman Θ , jonka jakauma on $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Olkoon X sen pisteen x -koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa x -akselin. Johda satunnaismuuttujan X kertymä- ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla X odotusarvoa?