

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 11, syksy 2008

1. Määräää $f^{(n)}(x)$, kun $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $x \neq 1$.

2. Osoita väliarvolauseen avulla, että

a) $1 - \frac{a}{b} < \log \frac{b}{a} < \frac{b}{a} - 1$, kun $0 < a < b$.

b) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$, kun $x > -1$ ja $x \neq 0$.

3. Määräää $f'(x)$, kun

a) $f(x) = \overline{\arctan} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \overline{\arctan} \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ ja $x \neq -1$.

b) $f(x) = \overline{\arctan} x - \overline{\arctan} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Tutki $f'(x)$:n avulla millaisia arvoja $f(x)$ voi saavuttaa.

4. Määräää funktion $f(x)$ ääriarvo-pisteet ja tutki niiden laatu, kun

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}x$ b) $f(x) = 1 + \sin x \cos x$,

c) $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

5. Määräää funktion f paikalliset ääriarvokohdat ja tutki niiden laatu, kun

a) $f(x) = x^2 \log x$ b) $f(x) = x^x$.

(Kuvio.)