

# Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 3, syksy 2008

1. Määräää  $\mathcal{M}(f)$  ja  $\mathcal{A}(f)$ , kun

a)  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ ,      b)  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ .

2. Olkoot  $f$  ja  $g$  funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 2}.$$

Osoita, että  $\mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(g)$ . Onko mahdollista määräätä vakioille  $a$  ja  $b$  sellaiset arvot, että  $f = g$ ?

3. Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat bijektioita  $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$ .

Määräää  $f^{-1} : \mathcal{A}(f) \rightarrow \mathcal{M}(f)$  mikäli mahdollista.

- a)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      b)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \geq 0$ ,  
c)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \leq 0$ ,      d)  $f(x) = x|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  
e)  $f(x) = x^2 + x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      f)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ .

4. Funktio  $f(x) = -2x^3 - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , on bijektio  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Määräää  $f^{-1}(0)$ ,  $f^{-1}(3)$ , ja  $f^{-1}(-57)$ .

5. Määräää yhdistetyt funktiot  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ , kun  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  ja  $g(x) = x^2 - 1$ . Määräää lisäksi  $\mathcal{M}(f \circ g)$  ja  $\mathcal{M}(g \circ f)$ .

6. Määräää  $f + g$ ,  $fg$  ja  $\frac{f}{g}$ , kun  $f(x) = x$  ja  $g(x) = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .