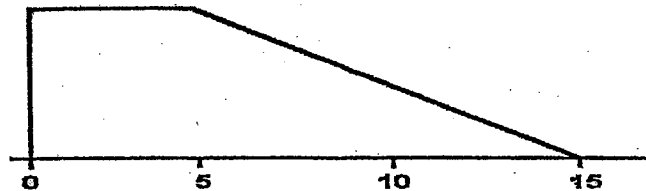


806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat
Harjoitus 10, viikko 46 syksy 2008

1. Määritellään satunnaismuuttujaan X liittyvä todennäköisyysjakauma seuraavasti:



- a) Mitä arvoja satunnaismuuttuja X voi saada?
- b) Arvioi todennäköisyyttä tapahtumalle X on pienempi kuin viisi.
- c) Arvioi todennäköisyyttä tapahtumalle $5 \leq X < 10$.
- d) Mikä on muuttujan X jakauman mediaani?
- e) Onko jakauman odotusarvo 5?
- f) Mikä on todennäköisyys tapahtumalle $X = 10$ ($P(X = 10)$)?
2. Eräällä professorilla on tapana jatkaa luentoa vielä varsinaisen päättymisajan jälkeen. Tämän yliajan ($=X$, min.) on opiskelijoiden tekemien mittausten perusteella todettu noudattavan likimain tasaista jakaumaa välillä 0:sta 10:een.
- a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä niiden kuvaajat.
- b) Mikä on todennäköisyys, että luento menee yliajalle
b1) korkeintaan kaksi minuuttia, b2) yli kuusi minuuttia ?
- c) Laske X :n odotusarvo ja varianssi.
3. Vierailijoiden viipymisajan ($=X$) erään yrityksen kotisivulla on todettu noudattavan likimain eksponenttijakaumaa keskimääräisen viipymisajan ($=$ odotusarvon) ollessa 2.5 minuuttia.
- a) Miten suuri osa vierailijoista viipyy yrityksen sivuilla
a1) korkeintaan 15 sekuntia, a2) vähintään viisi minuuttia,
a3) kolmesta kymmeneen minuuttia?
- b) Mikä on todennäköisyys, että vierailija, joka on viipynyt yrityksen sivuilla jo kymmenen minuuttia, viipyy sivuilla vielä yli viisi minuuttia?
- c) Määrää viipymisajan mediaani ja varianssi.

4. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$. Määrää seuraavat todennäköisyydet:
- $P(Z > 0)$,
 - $P(Z \geq 0)$,
 - $P(Z > 0.54)$,
 - $P(Z > -2.27)$,
 - $P(Z < -1.87)$,
 - $P(Z \leq 1.42)$,
 - $P(|Z| > 1.7)$,
 - $P(-0.65 \leq Z \leq 0.30)$,
 - $P(Z > 3.98)$.
5. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$. Määrää z siten, että
- $P(Z \geq z) = 0.5$,
 - $P(Z \geq z) = 0.2643$,
 - $P(Z \leq z) = 0.8729$,
 - $P(Z \leq z) = 0.1500$.
6. Satunnaismuuttuja $X \sim N(117, 15^2)$.
- Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - $P(X > 120)$,
 - $P(X \geq 95)$,
 - $P(110 \leq X \leq 140)$.
 - Määrää x siten, että
 - $P(X \geq x) = 0.5$,
 - $P(X \geq x) = 0.30$,
 - $P(X \leq x) = 0.15$.
7. Erääseen 10 km:n massajuoksuun osallistuneiden (useita tuhansia) juoksuaikojen jakauma oli likimain normaalijakauma odotusarvona (keskiarvona) 61 minuuttia ja keskihajontana 9 minuuttia.
- Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti valitun juoksuun osallistuneen aika oli alle 50 minuuttia ?
 - Monellako prosentilla juoksijoista loppuaika oli yli 75 minuuttia ?
 - Määrää juoksuajan c1) yläkvartiili, c2) 10 prosentin desiili.
 - Jos valitaan satunnaisesti juoksijoista kymmenen, mikä on todennäköisyys, että ainakin kolmella heistä aika oli yli 75 minuuttia ?
8. Miekkavalaat ovat suuria merinisäkkäitä. Miekkavalasnaaraan pituuden on havaittu noudattavan normaalijakaumaa odotusarvona 6.5 m ja keskihajontana 0.4 m. Miekkavalasuroksen pituuden on myös havaittu noudattavan normaalijakaumaa odotusarvona 7.5 m ja keskihajontana 0.5 m.
- Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti valitun miekkavalasnaaraan pituus on välillä 6.0 m - 6.8 m?
 - Mikä on se miekkavalasnaaraan pituuden arvo, jota lyhyempiä naaraita on 20%?
 - Valitaan satunnaisesti yksi naaras ja yksi uros. Mikä on todennäköisyys, että naaras on urosta pitempi?