

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat
Harjoitus 12, viikko 48, syksy 2008

1. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.
Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja } Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Osoita, että kaikki kolme ovat μ :n harhattomia estimaattoreita.
b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
2. Tutkija on konstruoinut luottamusvälit 10 eri tuntemattomalle parametrille. Jokaisen välin luottamustaso on 0.95 ja välit perustuvat toisistaan riippumattomiin otoksiin.
- a) Mikä on todennäköisyys, että jokainen 10 välistä onnistuu peittämään parametrin arvon?
b) Mikä on sellaisten välien odotettavissa oleva lukumäärä, jotka onnistuvat peittämään parametrin arvon?
3. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ($= \mu$). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että σ ($=$ viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.
b) Määrää μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?
4. Normaalijakaumasta $N(\mu, 10^2)$ poimittiin 25:n suuruinen satunnaisotos. Parametrin μ 100(1 - α)%:n luottamusväliksi saatiin (95.66, 104.34). Monenko prosentin luottamusväli edellä on laskettu?
5. Kuljetusyritys haluaa estimoida keskimääräisen ajoajan paikasta A paikkaan B. Kymmenen kuljetuksen satunnaisotoksesta saatiin seuraavat ajoajat (min.):
49, 52, 55, 46, 48, 56, 49, 52, 53, 51
- Oletetaan, että ajoaika noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.
- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.

- b) Määrää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse tulokset.

Kuljetusyritys ilmoittaa asiakkailleen keskimääräiseksi ajoajaksi A:sta B:hen 50 minuuttia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

- c) Kuljetusyritys on kiinnostunut myös ajoaikojen keskihajonnasta ($= \sigma$).
c1) Määrää σ :lle piste-estimaatti.
c2) Määrää σ :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.

6. Linja-autoyhtiö haluaa estimoida opiskelijalipulla matkustavien osuutta kaikista linjalla XX kulkevista matkustajista ($= \pi$).
- a) 800 linjan XX satunnaisesti valitusta matkustajasta 440 matkusti opiskelijalipulla.
a1) Määrää parametrin π piste-estimaatti.
a2) Määrää parametrille π 99%:n luottamusväli ja tulkitse se.
b) Mikä pitäisi otoskoon vähintään olla, jotta π :n 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan viisi prosenttiyksikköä?
7. Jarkko vastaa tentissä viiteen väittämään (vastausvaihtoehtoina tosi ja epätosi). Valitaan otossuureeksi oikeiden vastausten lukumäärä Jarkon viidessä vastauksessa ($= X$).
- a) Mikä on X :n todennäköisyysjakauma, jos oletetaan, että Jarkko vastaa väitteisiin arvaamalla?
b) Laske a)-kohdan oletustilanteessa $P(X < 1)$.
c) Jarkon vastauksista on neljä oikein ja yksi väärin. Merkitsevyydestin avulla halutaan ottaa kantaa siihen, vastasiko Jarkko väitteisiin arvaamalla. Nollahypoteesina testauksessa on se, että Jarkko arvasi vastaukset. Vastahypoteesi puolestaan väittää, että Jarkon vastaukset perustuiivat tietoon. Määrää ko. merkitsevyydestin p-arvo.