

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat
Harjoitus 10, viikko 46, syksy 2008

1. Eräällä professorilla on tapana jatkaa luentoa vielä varsinaisen päättymisajan jälkeen. Tämän yliajan ($=X$, min.) on opiskelijoiden tekemien mittausten perusteella todettu noudattavan likimain tasaista jakaumaa välillä 0:sta 10:een.
 - a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä niiden kuvaajat.
 - b) Mikä on todennäköisyys, että luento menee yliajalle
 - b1) korkeintaan kaksi minuuttia, b2) yli kuusi minuuttia ?
 - c) Laske X :n odotusarvo ja varianssi.
2. Vierailijoiden viipymisajan ($=X$) erään yrityksen kotisivulla on todettu noudattavan likimain eksponenttijakaumaa keskimääräisen viipymisajan ($=$ odotusarvon) ollessa 2.5 minuuttia.
 - a) Miten suuri osa vierailijoista viipyy yrityksen sivuilla
 - a1) korkeintaan 15 sekuntia, a2) vähintään viisi minuuttia, a3) kolmesta kymmeneen minuuttia?
 - b) Mikä on todennäköisyys, että vierailija, joka on viipynyt yrityksen sivuilla jo kymmenen minuuttia, viipyy sivuilla vielä yli viisi minuuttia?
 - c) Määrää viipymisajan mediaani ja varianssi.
3. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - a) $P(Z > 0)$,
 - b) $P(Z \geq 0)$,
 - c) $P(Z > 0.54)$,
 - d) $P(Z > -2.27)$,
 - e) $P(Z < -1.87)$,
 - f) $P(Z \leq 1.42)$,
 - g) $P(|Z| > 1.7)$,
 - h) $P(-0.65 \leq Z \leq 0.30)$,
 - i) $P(Z > 3.98)$.

4. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrittää z siten, että
- $P(Z \geq z) = 0.5$,
 - $P(Z \geq z) = 0.2643$,
 - $P(Z \leq z) = 0.8729$,
 - $P(Z \leq z) = 0.1500$.
5. Satunnaismuuttuja $X \sim N(117, 15^2)$.
- Määrittää seuraavat todennäköisyydet:
 - $P(X > 120)$,
 - $P(X \geq 95)$,
 - $P(110 \leq X \leq 140)$.
 - Määrittää x siten, että
 - $P(X \geq x) = 0.5$,
 - $P(X \geq x) = 0.30$,
 - $P(X \leq x) = 0.15$.
6. Satunnaismuuttuja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ ja σ^2 tuntemattomia.
Määrittää seuraavat todennäköisyydet:
- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$,
 - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$,
 - $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$.
- Tulkitse saadut tulokset.
7. Tarkastellaan kahta sijoitusvaihtoehtoa A ja B, joihin kumpaankin liittyy epävarmuus tuoton suuruudesta. Oletetaan, että A:n tuottoprosentti ($=X$) noudattaa normaalijakaumaa $N(8, 1.2^2)$ ja B:n tuottoprosentti ($=Y$) noudattaa normaalijakaumaa $N(11, 4.0^2)$.
- Hahmottele X :n ja Y :n tiheysfunktioiden kuvaajat samaan kuvioon.
 - Mikä on todennäköisyys, että
 - A:n,
 - B:n tuottoprosentti on negatiivinen?
 - Kumpi, A vai B, antaa suuremmalla todennäköisyydellä tuotoksi yli kuusi prosenttia?
 - Mikä on todennäköisyys, että A:n tuottoprosentti on suurempi kuin B:n tuottoprosentti?
8. Erääseen 10 km:n massajuoksuun osallistuneiden (useita tuhansia) juoksuaikojen jakauma oli likimain normaalijakauma odotusarvona (keskiarvona) 61 minuuttia ja keskihajontana 9 minuuttia.
- Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti valitun juoksuun osallistuneen aika oli alle 50 minuuttia?
 - Monellako prosentilla juoksijoista loppuaika oli yli 75 minuuttia?
 - Määrittää juoksuajan
 - yläkvartiili,
 - 10 prosentin desiili.
 - Jos valitaan satunnaisesti juoksijoista kymmenen, mikä on todennäköisyys, että ainakin kolmella heistä aika oli yli 75 minuuttia?