

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I

Taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat

Harjoitus 12, viikko 48, syksy 2008

1. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.

Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Osoita, että kaikki kolme ovat μ :n harhattomia estimaattoreita.
- b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
2. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ($= \mu$). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että σ ($=$ viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?

3. Normaalijakaumasta $N(\mu, 10^2)$ poimittiin 25:n suuruinen satunnaisotos. Parametrien μ 100(1 - α)%:n luottamusväliksi saatiin (95.66, 104.34). Monenko prosentin luottamusväli edellä on laskettu?

4. Muuttujan x tiedetään noudattavan normaalijakaumaa populaatiossa n :n suuruudessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta saatiin keskiarvoksi 18.4 ja keskihajonaksi 4.5.

- a) Määrää populaation keskiarvolle ($= \mu$) 95%:n luottamusväli, kun otoskoko on a1) 10, a2) 35, a3) 50.
- b) Miten otoskoko vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja välejä.
- c) Olisiko kohdissa a1)-a3) luottamusvälit voitu laskea, jos x :n jakauma ei olisi ollut normaalisti jakautunut populaatiossa?

5. Kuljetusyritys haluaa estimoida keskimääräisen ajoajan paikasta A paikkaan B. Kymmenen kuljetuksen satunnaisotoksesta saatiin seuraavat ajoajat (min.):
49, 52, 55, 46, 48, 56, 49, 52, 53, 51

Oletetaan, että ajoaika noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.

- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.

- b) Määrää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse tulokset.

Kuljetusyritys ilmoittaa asiakkailleen keskimääräiseksi ajoajaksi A:sta B:hen 50 minuuttia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

- c) Kuljetusyritys on kiinnostunut myös ajoaikojen keskihajonnasta ($= \sigma$).
- c1) Määrää σ :lle piste-estimaatti.
- c2) Määrää σ :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.

6. Suuren yrityksen johto haluaa selvittää yrityksen työntekijöiden suhtautumista suunniteltuun uuteen bonusjärjestelmään. Satunnaisesti valituista 344 työntekijästä 261 kannatti uutta bonusjärjestelmää. Määrää uutta bonusjärjestelmää kannattavien suhteelliselle osuudelle populaatiolle ($= \pi$)

- a) piste-estimaatti
- b) b1) 90 %:n, b2) 95 %:n luottamusväli.
Tulkitse saadut välit.

- c) Miten suuri otos yrityksen työntekijöistä pitäisi ottaa, jos haluttaisiin, että π :n c1) 90 %:n, c2) 95 %:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan 5 prosenttiyksikköä ts. virhemarginaali olisi korkeintaan 2.5 prosenttiyksikköä?

7. Puolueen AB kannatuksen 95%:n luottamusväliksi saatiin äänioikeutettujen suomalaisten satunnaisotokseen perustuvassa tutkimuksessa (18.4%, 22.4%).

- a) Tulkitse saatu väli.
- b) Määrää puolueen AB kannatuksen piste-estimaatti.
- c) Määrää luottamusvälin laskemisessa käytetty otoskoko.

MIKROLUOKKAHARJOITUKSET VIIKOILLA 48 JA 49

RYHMÄT:

MA	16.15 - 17.45	M304 (Eeva Vaaramo)
TI	12.30 - 14.00	M302 (Eeva Vaaramo)
TI	14.15 - 15.45	M304 (Marjatta Mankinen)
KE	14.30 - 16.00	M302 (Annaleena Okuloff)
KE	16.00 - 17.30	M302 (Eeva Vaaramo)
TO	10.00 - 11.30	M302 (Annaleena Okuloff)
TO	12.15 - 13.45	M302 (Annaleena Okuloff)
TO	14.15 - 15.45	M304 (Marjatta Mankinen)
TO	16.00 - 17.30	M302 (Marjatta Mankinen)
PE	8.30 - 10.00	M302 (Eeva Vaaramo)
PE	10.15 - 11.45	M302 (Eeva Vaaramo)
PE	12.30 - 14.00	M302 (Eeva Vaaramo)

HUOM ALOITUSAJAT !