

Todennäköisyytlaskennan peruskurssi

Harjoitus 8 syksy 2008

1* Määritä $E(X)$, kun satunnaismuuttajalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan f , missä

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{32}{3x^3}, & \text{kun } 2 < x < 4, \\ 0 & \text{muulloin;} \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, \text{ kaikilla } x \in \mathbb{R};$$

2. Noppaa heitetään 4 kertaa. Olkoon X suurin esiintyneistä pisteluvuista. Määritä $E(X)$.

3. Olkoot X_1, X_2 ja X_3 riippumattomia, $N(1, 3)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

4. Mittausvirheet X_1, X_2, \dots, X_n ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $N(0, \sigma^2)$ ja

$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \dots, n.$$

Millä indeksin n arvolla keskiarvolle \bar{X} pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

5* a) Johda satunnaismuuttujan $2X^2 + 1$ jakauma, kun $X \sim N(0, 1)$.

b) Johda satunnaismuuttujan $4X^3 + 3$ jakauma, kun $X \sim \text{Geom}(\frac{3}{4})$

6. xy -tason pisteessä $(0, 1)$ lähtee valonsäde alaspäin. Tämä muodostaa y -akselin kanssa kulman Θ , jonka jakauma on $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Olkoon X sen pisteen x -koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa x -akselin. Johda satunnaismuuttujan X kertymä- ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla X odotusarvoa?