Analyysi 2
4. harjoitus 5.-9.10.2009

1. Laske kuvauksen $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$g(x, y, z) = xy \sin z \text{ kaikilla } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

osittaisderivaatat.

2. Tarkastellaan kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = g(x, y) \cdot h(x, y),$$

missä $g(x, y) = (x, y)$ ja $h(x, y) = (2x, \sin y)$. Laske funktion f osittaisderivaatat pisteessä $(0, \frac{\pi}{2})$.

3. Määritä määritelmää käyttäen kuvauksen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = x_1 x_2 \text{ kaikilla } (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,$$

suunnattu derivaatta vektorin $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ suuntaan pisteessä (x_1, x_2).

4. Oletetaan, että kuvauksilla $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ja $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ on suunnatut derivaatat vektorin $v \in \mathbb{R}^n$ suuntaan pisteessä $a \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että

$$\partial_v(f + g)(a) = \partial_v f(a) + \partial_v g(a).$$

Tehtävissä 5 ja 6 tarkastellaan kuvausta $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{kun } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{kun } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

5. Osoita, että kuvaus f ei ole jatkuva origossa.

6. Osoita, että kuvauksella f on suunnatut derivaatat jokaiseen suuntaan origossa.

Lisätehtävä

1. Laske funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y.z) = x^{y^z} \text{ kaikilla } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

kaikki osittaisderivaatat.