

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 11, syksy 2009

1. Määräää $f'(x)$, kun

- a) $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$ b) $f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)$
c) $f(x) = \arctan \sqrt{x}$ d) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$
e) $f(x) = \log_a x \sqrt{x}.$

2. Määräää $(f^{-1})'(x_0)$, kun

- a) $f(x) = e^x + x$ ja $x_0 = 1$,
b) $f(x) = 1 + 2^{x+2}, x_0 > 1$.

3. Määräää $f'(x)$, kun

- a) $f(x) = x^{x^x}$, b) $f(x) = x^{\sin x}$, c) $(\log x)^{\log x}.$

4. Määräää $f^{(n)}(x)$, kun $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $x \neq 1$.

5. Osoita väliarvolauseen avulla, että

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x, \text{ kun } x > -1 \text{ ja } x \neq 0.$$

6. Määräää $f'(x)$, kun

- a) $f(x) = \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \arctan\frac{1}{x}, x \neq 0 \text{ ja } x \neq -1.$
b) $f(x) = \arctan x - \arctan\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$

Tutki $f'(x)$:n avulla millaisia arvoja $f(x)$ voi saavuttaa.